This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google books

https://books.google.com

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

SUBSTANZ UND BEWEGUNG.

VON

J. CLERK MAXWELL.

INS DEUTSCHE ÜBERSETZT

VON

DR. ERNST v. FLEISCHL.

MIT BEWILLIGUNG DES AUTORS UND DER SOCIETY FOR PROMOTING CHRISTIAN KNOWLEDGE.

MIT IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN HOLZSTICHEN.

ZWEITER ABDRUCK.

BRAUNSCHWEIG,
DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.
1881.

Math. 500

Legat
des
Herrn Prof. Georg Sidler
† 9. Nov. 1907

Digitized by Google

SUBSTANZ UND BEWEGUNG.

Digitized by Google

Digitized by Google

SUBSTANZ UND BEWEGUNG.

VON

J. CLERK MAXWELL.

INS DEUTSCHE ÜBERSETZT

VON

DR. ERNST v. FLEISCHL.

MIT BEWILLIGUNG DES AUTORS UND DER SOCIETY FOR PROMOTING CHRISTIAN KNOWLEDGE.

MIT IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN HOLZSTICHEN.

ZWEITER ABDRUCK.

BRAUNSCHWEIG,

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.

1881.

Digitized by Google

Alle Rechte vorbehalten.

Digitized by Google

Vorwort des Uebersetzers.

J. Clerk Maxwell's „Matter and Motion" ist ein in zweifacher Beziehung bemerkenswerthes Buch.

Erstens ist es eine elementare Darstellung der Grundlehren der Kinematik und Dynamik, und zweitens ist es ein sehr consequent durchgeführter Versuch, das dem Hamilton'schen Hodographen eigenthümliche Princip der Vectoren zur Methode der Ableitung kinematischer und kinetischer Sätze zu erheben.

Erstere Beziehung macht es dem Lernenden, letztere dem Lehrer und wohl auch dem Forscher auf dem Gebiete der Physik werthvoll.

Ich habe mich von dem Originale so sehr angezogen gefühlt, dass ich es unternahm, eine Uebersetzung in's Deutsche zu wagen, obwohl ich mir der besonderen Schwierigkeiten wohl bewusst war, die sich — trotz der Verwandtschaft beider Sprachen — der Uebersetzung eines Werkes entgegensetzen, dessen Hauptreiz in der meisterhaften Darstellung mathematischer Begriffe und Operationen durch die Worte der gewöhnlichen Sprache liegt; denn in dem Maxwell'schen Buche ist der allerbescheidenste Gebrauch von

Digitized by Google

mathematischen Zeichen gemacht, und obwohl es sich ausschliesslich mit Dingen beschäftigt, welche wir durch Differentialquotienten verschiedener Ordnung auszudrücken gewohnt sind, so ist doch auf die Anwendung dieses Ausdrucksmittels vollständig verzichtet. Hierbei kommt es freilich dem Engländer sehr zu statten, dass seine Sprache ein Wort besitzt für den Differentialquotienten nach der Zeit, das Wort „rate“, und dem Uebersetzer wird der Mangel eines entsprechenden Ausdruckes in der deutschen Sprache auf das unangenehmste fühlbar.

Den Anfang des Artikels CXIV habe ich nach einem mir von Maxwell brieflich mitgetheilten, abgeänderten Texte übersetzt, sonst aber mir keine noch so geringfügige Veränderung erlaubt.

Wien, September 1878.

Digitized by Google

Vorwort des Verfassers.

Die Physik war bis zum Ende des achtzehnten Jahrhunderts vollauf damit beschäftigt, die Naturerscheinungen als Resultate von Kräften zu begreifen, welche zwischen den Körpern thätig sind; jetzt ist sie auf der nächsten Stufe ihrer Entwickelung angelangt, betrachtet die Energie eines materiellen Systemes als vollständig bestimmt durch seine Configuration und seine Bewegung und hat die Begriffe Configuration, Bewegung und Kraft bis auf das äusserste durch ihre physikalische Definiton angezeigte Maass verallgemeinert.

Mit jenen Fundamentalbegriffen vertraut zu werden, sie aus den verschiedensten Gesichtspunkten zu betrachten, den Gedankengang gewohnheitsmässig an die Strenge der dynamischen Methode zu fesseln — das muss Jeder, der sich mit dem Studium der Physik befassen will, anstreben.

Die folgende Darstellung der Hauptlehren über Materie und Bewegung ist desshalb als Einleitung in das Studium der gesammten Physik anzusehen.

Digitized by Google

Digitized by Google

Inhalt.

Erstes Capitel.

Einleitung.

Artikel		Seite
I.	Wesen der Physik	1
II.	Definition eines materiellen Systemes	2
III.	Definition von „Innen“ und „Aussen“	3
IV.	Definition von Configuration	3
V.	Diagramme	3
VI.	Das materielle Partikel	4
VII.	Gegenseitige Lage von zwei materiellen Partikeln	5
VIII.	Vectoren	5
IX.	System von drei Partikeln	6
X.	Addition von Vectoren	7
XI.	Subtraction eines Vectors von einem anderen	7
XII.	Ursprung von Vectoren	8
XIII.	Gegenseitige Lage zweier Vectoren	8
XIV.	Drei Data zur Vergleichung zweier Systeme	9
XV.	Ueber den Begriff des Raumes	10
XVI.	Der Irrthum des Cartesius	11
XVII.	Ueber den Begriff der Zeit	12
XVIII.	Der absolute Raum	14
XIX.	Aufstellung des allgemeinen Grundsatzes der Physik	14

Zweites Capitel.

Bewegung.

XX.	Definition von Dislocation	16
XXI.	Diagramm der Dislocation	16
XXII.	Relative Dislocation	17

Digitized by Google

Artikel		Seite
XXIII.	Gleichförmige Dislocation	19
XXIV.	Bewegung	19
XXV.	Stetigkeit der Bewegung	20
XXVI.	Constante Geschwindigkeit	21
XXVII.	Maass der Geschwindigkeit, wenn sie veränderlich ist	22
XXVIII.	Diagramm der Geschwindigkeiten	22
XXIX.	Eigenschaften des Diagrammes der Geschwindigkeiten	24
XXX.	Bedeutung des Ausdruckes „in Ruhe“	25
XXXI.	Veränderung der Geschwindigkeit	26
XXXII.	Beschleunigung	26
XXXIII.	Der Grad der Beschleunigung	27
XXXIV.	Diagramm der Beschleunigungen	28
XXXV.	Beschleunigung — ein relativer Begriff	29

Drittes Capitel.

Kraft.

XXXVI.	Kinematik und Kinetik	29
XXXVII.	Wirkung zweier Körper auf einander. — Dynamische Einwirkung	30
XXXVIII.	Aeussere Kraft	30
XXXIX.	Verschiedene Erscheinungsweisen desselben Phänomens	31
XL.	Newton's Gesetze der Bewegung	31
XLI.	Das erste Gesetz der Bewegung	32
XLII.	Gleichgewicht von Kräften	34
XLIII.	Definition des Begriffes „gleiche Zeiten“	35
XLIV.	Das zweite Gesetz der Bewegung	36
XLV.	Definition der Begriffe „gleiche Massen“ und „gleiche Kräfte“	36
XLVI.	Maass der Masse	37
XLVII.	Numerisches Maass der Kraft	40
XLVIII.	Gleichzeitige Wirkung von Kräften auf einen Körper	41
XLIX.	Impuls	42
L.	Beziehung zwischen Kraft und Masse	43
LI.	Moment	44
LII.	Formulirung des zweiten Gesetzes der Bewegung mittels der Begriffe: Impuls und Moment	44
LIII.	Addition von Kräften	44
LIV.	Das dritte Gesetz der Bewegung	45

Digitized by Google

Artikel Seite

LV. Wirkung und Rückwirkung sind die partiellen Erscheinungsweisen einer dynamischen Einwirkung 46
LVI. Anziehung und Abstossung 47
LVII. Das dritte Gesetz der Bewegung, giltig für Fernwirkungen 48
LVIII. Newton's Beweis — kein experimenteller . . . 49

Viertes Capitel.

Von den Eigenschaften des Mittelpunktes der Masse eines materiellen Systemes.

LIX. Definition von Massen-Vector 50
LX. Mittelpunkt der Masse zweier Partikeln . . . 50
LXI. Massen-Mittelpunkt eines Systemes 51
LXII. Das Moment, dargestellt durch den Grad der Veränderung eines Massen-Vectors 52
LXIII. Effect äusserer Kräfte auf die Bewegung des Massen-Mittelpunktes 54
LXIV. Die Bewegung des Massen-Mittelpunktes eines Systemes wird durch die Wirkung der Theile des Systemes auf einander nicht beeinflusst . 55
LXV. Erstes und zweites Bewegungsgesetz 55
LXVI. Methode der Behandlung von Molekel-Systemen 56
LXVII. Durch Einführung des Begriffes der Masse gehen wir von Punkt-Vectoren, Punkt-Dislocationen, Geschwindigkeiten, Gesammt-Beschleunigungen und Graden von Beschleunigung über zu Massen-Vectoren, Massen-Dislocationen, Momenten, Impulsen und lebendigen Kräften . . 56
LXVIII. Definition von Massen-Area 58
LXIX. Winkel-Moment 58
LXX. Moment einer Kraft um einen Punkt 59
LXXI. Erhaltung des Winkel-Momentes 60

Fünftes Capitel.

Arbeit und Energie.

LXXII. Definitionen 61
LXXIII. Princip der Erhaltung der Energie 62
LXXIV. Allgemeine Aufstellung des Principes der Erhaltung der Energie 63

Digitized by Google

Artikel		Seite
LXXV.	Maass der Arbeit	64
LXXVI.	Potentielle Energie	65
LXXVII.	Kinetische Energie	66
LXXVIII.	Schiefe Kräfte	68
LXXIX.	Die kinetische Energie zweier Partikeln, bezogen auf ihren Massen-Mittelpunkt	69
LXXX.	Kinetische Energie eines materiellen Systemes, bezogen auf seinen Massen-Mittelpunkt	71
LXXXI.	Verwandelbare kinetische Energie	72
LXXXII.	Potentielle Energie	74
LXXXIII.	Elasticität	74
LXXXIV.	Wirkung in die Ferne	76
LXXXV.	Die Theorie der potentiellen Energie complicirter, als die der kinetischen Energie	77
LXXXVI.	Anwendung der Methode der Energie auf die Berechnung von Kräften	77
LXXXVII.	Specificirung der Richtung der Kräfte	79
LXXXVIII.	Anwendung auf ein in Bewegung befindliches System	80
LXXXIX.	Anwendung der Methode der Energie auf die Untersuchung wirklicher Körper	80
XC.	Variable, von denen die Energie abhängt	81
XCI.	Die Energie ausgedrückt durch die Variablen	82
XCII.	Theorie der Wärme	83
XCIII.	Die Wärme eine Form der Energie	83
XCIV.	Energie als Wärme gemessen	84
XCV.	Aufgaben der Wissenschaft	85
XCVI.	Geschichte der Lehre von der Energie	86
XCVII.	Die verschiedenen Formen der Energie	87

Sechstes Capitel.

Recapitulation.

XCVIII.	Rückblick auf die abstracte Dynamik	90
XCIX.	Kinematik	90
C.	Kraft	91
CI.	Dynamische Einwirkung	92
CII.	Relativität dynamischer Kenntnisse	92
CIII.	Relativität der Kraft	93
CIV.	Rotation	95
CV.	Newton's Bestimmung der absoluten Rotationsgeschwindigkeit	97
CVI.	Das Foucault'sche Pendel	99

Digitized by Google

Artikel Seite
CVII. Materie und Energie 101
CVIII. Merkmal der Anwesenheit einer materiellen Substanz 102
CIX. Energie ist nicht identificirbar 102
CX. Der absolute Werth der Energie eines Körpers ist unbekannt 103
CXI. Latente Energie 103
CXII. Eine vollständige Discussion der Energie schliesst die ganze Physik in sich 104

Siebentes Capitel.

Das Pendel und die Gravitation.

CXIII. Gleichförmige Bewegung im Kreise 105
CXIV. Centrifugalkraft 106
CXV. Die Periode 107
CXVI. Einfache harmonische Schwingungen 107
CXVII. Die auf den schwingenden Körper wirkende Kraft 108
CXVIII. Isochrone Schwingungen 109
CXIX. Potentielle Energie des schwingenden Körpers . 110
CXX. Das einfache Pendel 110
CXXI. Das starre Pendel 112
CXXII. Umkehrung des Pendels 114
CXXIII. Beispiel zum Kater'schen Pendel 115
CXXIV. Bestimmung der Intensität der Schwerkraft . 116
CXXV. Beobachtungsmethode 117
CXXVI. Schätzung des Fehlers 118

Achtes Capitel.

Die allgemeine Schwere.

CXXVII. Newton's Methode 120
CXXVIII. Die Kepler'schen Gesetze 120
CXXIX. Winkel-Geschwindigkeit 121
CXXX. Bewegung um den Massen-Mittelpunkt . . . 122
CXXXI. Die Bahn 122
CXXXII. Der Hodograph 123
CXXXIII. Zweites Kepler'sches Gesetz 123
CXXXIV. Die auf einen Planeten wirkende Kraft . . . 126
CXXXV. Interpretation von Kepler's drittem Gesetze . 127
CXXXVI. Gesetz der Schwere 127

Digitized by Google

Artikel Seite
CXXXVII. Verbesserte Form des dritten Kepler'schen Gesetzes 128
CXXXVIII. Von der Schwere herrührende potentielle Energie 129
CXXXIX. Kinetische Energie des Systemes 130
CXL. Potentielle Energie des Systemes 131
CXLI. Der Mond ist ein schwerer Körper 132
CXLII. Cavendish's Versuch 133
CXLIII. Die Drehwage 134
CXLIV. Methode des Versuches 135
CXLV. Die allgemeine Schwere 137
CXLVI. Ursache der Schwere 138
CXLVII. Anwendung von Newton's Methode der Untersuchung 139
CXLVIII. Methoden der Molecular-Physik 139
CXLIX. Wichtigkeit der allgemeinen und elementaren Eigenschaften 140

Digitized by Google

SUBSTANZ UND BEWEGUNG.

Erstes Capitel.

Einleitung.

Artikel I. Wesen der Physik.

Die Physik ist derjenige Theil des Wissens, welcher sich auf die Ordnung in der Natur oder, mit anderen Worten, auf die regelmässige Aufeinanderfolge der Ereignisse bezieht.

Der Name Physik wird jedoch oft mit grösserer oder geringerer Beschränkung nur auf jene Gebiete des Wissens angewendet, in welchen die überhaupt betrachteten Vorgänge höchst einfacher und abstracter Natur sind, mit Ausschliessung aller complicirteren Phänomene, wie sie uns z. B. in lebenden Wesen entgegentreten.

Der einfachste Fall von allen ist der, in welchem ein Vorgang oder ein Phänomen beschrieben werden kann als eine Veränderung in der gegenseitigen Lage bestimmter Körper. So lässt sich die Bewegung des Mondes beschreiben durch Angabe seiner verschiedenen Lagen zur Erde in der Reihenfolge, in welcher sie nacheinander eintreten.

In anderen Fällen können wir zwar wissen, dass irgend eine Lageveränderung stattgefunden hat, ohne dass wir im Stande wären anzugeben, worin diese Veränderung besteht.

Digitized by Google

Wenn z. B. Wasser gefriert, so wissen wir, dass die Molekeln oder kleinsten Theile der Substanz anders im Eise und anders im Wasser vertheilt sein müssen. Wir wissen auch noch, dass ihrer Vertheilung im Eise eine Art von Symmetrie zukommen muss, denn das Eis erscheint in der Form regelmässiger Krystalle, doch haben wir zur Zeit noch keine exacte Kenntniss von der wirklichen Vertheilung der Molekeln im Eise. Aber sobald wir in irgend einem Falle sämmtliche vorgekommenen Lageveränderungen angeben können, haben wir eine innerhalb ihres Gebietes vollkommene Kenntniss von dem, was stattgefunden hat, obwohl wir möglicherweise von den Bedingungen, unter welchen ein solches Ereigniss jedesmal mit Nothwendigkeit eintreten muss, nichts wissen.

Dem entsprechend beschäftigt sich der erste Theil der Physik mit der gegenseitigen Lage und Bewegung von Körpern.

Artikel II. Definition eines materiellen Systemes.

Jedes wissenschaftliche Vorgehen leiten wir ein mit der Abgrenzung eines gewissen Gebietes oder Objectes für unsere Untersuchungen. Auf dieses müssen wir unsere Aufmerksamkeit mit Ausserachtlassung aller übrigen Theile des Universums beschränken, bis wir die in Arbeit genommene Untersuchung vollendet haben. In der Physik ist demnach der erste Schritt, den wir zu thun haben, eine deutliche Abgrenzung des materiellen Systemes, auf welches sich unsere Erörterungen beziehen. Dieses materielle System kann jeden beliebigen Grad von Complicirtheit haben. Es kann aus einem einzigen materiellen Punkte bestehen, oder aus einem Körper von endlicher Grösse, oder aus einer Anzahl solcher Körper, ja es kann so ausgedehnt sein, dass es die ganze materielle Welt einschliesst.

Digitized by Google

Artikel III. Definition von „Innen“ und „Aussen“.

Alle Beziehungen oder Wirkungen zwischen zwei Theilen dieses Systemes heissen innere Beziehungen oder Wirkungen.

Alle Beziehungen und Wirkungen zwischen dem ganzen Systeme oder irgend einem Theile desselben und Körpern, die nicht zum Systeme gehören, heissen äussere. Diese letzteren untersuchen wir nur, insofern sie das System beeinflussen, während wir ihren Einfluss auf die äusseren Körper ausser Betracht lassen. Beziehungen und Wirkungen zwischen Körpern, die ausserhalb des Systemes liegen, haben ausser Betracht zu bleiben. Wir können sie nicht in Untersuchung nehmen, ausser indem wir unser System so erweitern, dass es diese anderen Körper nunmehr einschliesst.

Artikel IV. Definition von „Configuration“.

Betrachtet man ein materielles System in Beziehung auf die gegenseitige Lage seiner Theile, so nennt man die Gesammtheit aller Lagebeziehungen die Configuration des Systemes.

Die Kenntniss der Configuration des Systemes in einem gegebenen Momente schliesst die Kenntniss der augenblicklichen Lage jedes Punktes des Systemes gegen jeden anderen Punkt desselben ein.

Artikel V. Diagramme.

Die Configuration materieller Systeme lässt sich darstellen durch Modelle, Schemata oder Diagramme. Von einem Modell oder einem Diagramm wird nur vorausgesetzt, dass es dem materiellen Systeme in der Form gleiche, es ist nicht nothwendig, dass es sonst noch etwas mit ihm gemeinsam habe.

Ein Schema stellt auf dem Papier, also in zwei Dimensionen Etwas dar, was vielleicht in Wirklichkeit drei

Digitized by Google

Dimensionen hat und somit vollständig nur durch ein Modell dargestellt werden kann. Wir werden den Ausdruck Diagramm benutzen, um irgend eine geometrische Figur zu bezeichnen (mag sie nun eben sein oder nicht), mittels deren wir die Eigenschaften eines materiellen Systemes studiren. Wenn wir also von der Configuration eines Systemes sprechen, so ist die Vorstellung, die man sich dabei zu bilden hat, die von einem Diagramm, welches die Configuration vollständig wiedergibt, sonst aber keine von den übrigen Eigenschaften des materiellen Systemes besitzt. Ausser den Diagrammen der Configuration gibt es auch Diagramme der Geschwindigkeit, der dynamischen Einwirkung u. s. w., mittels deren die gegenseitigen Geschwindigkeiten der Theile des Systemes, oder seine inneren Kräfte dargestellt werden.

Artikel VI. Das materielle Partikel.

Ein Körper, der so klein ist, dass für die Zwecke unserer Untersuchung die Entfernungen zwischen seinen einzelnen Theilen vernachlässigt werden können, wird ein materielles Partikel genannt.

So lassen sich in gewissen astronomischen Untersuchungen die Planeten und selbst die Sonne, jedes als ein materielles Partikel betrachten, indem der Unterschied in der Wirkung verschiedener Theile dieser Körper hierfür unmerklich wird. Wenn wir aber die Umdrehungen dieser Körper um ihre eigenen Axen untersuchen, dürfen wir sie nicht mehr als materielle Partikeln ansehen. Selbst ein Atom muss als aus vielen materiellen Partikeln zusammengesetzt betrachtet werden, wenn man es als Etwas, was sich um seine Axe drehen kann, ansieht.

Das Diagramm eines materiellen Partikels ist natürlicher Weise ein mathematischer Punkt, welcher als solcher keine Configuration hat.

Digitized by Google

Artikel VII. Gegenseitige Lage von zwei materiellen Partikeln.

Das Diagramm von zwei materiellen Partikeln besteht aus zwei Punkten, z. B. A und B.

Die Lage von B in Beziehung auf A ist gegeben durch die Richtung und Länge der geraden Linie $\overline{AB}$, welche von A nach B gezogen ist. Geht man von A aus und bewegt sich in einer durch die Linie $\overline{AB}$ angegebenen Richtung durch eine Strecke, welche der Länge dieser Linie gleich ist, so gelangt man nach B. Diese Richtung und Strecke lässt sich ebenso gut durch irgend eine andere, $\overline{AB}$ parallele und gleiche Linie, z. B. durch $\overline{ab}$ ausdrücken. Die Lage von A in Beziehung auf B ist gegeben durch die Richtung und Länge der Linie $\overline{BA}$, welche von B nach A gezogen ist, oder durch die, $\overline{BA}$ parallele und gleiche Linie $\overline{ba}$.

Es ist klar, dass $\overline{BA} = -\overline{AB}$.

Benennt man also eine Linie nach Buchstaben, welche an ihren Enden stehen, so entscheidet die Reihenfolge der Buchstaben, an welchem Ende man beim Ziehen der Linie zu beginnen hat.

Artikel VIII. Vectoren.

Der Ausdruck $\overline{AB}$ ist im geometrischen Sinne nichts als der Name einer Linie. Hier jedoch bezeichnet er die Operation, mittelst welcher die Linie gezogen wurde, nämlich das Fortführen eines beschreibenden Punktes in einer bestimmten Richtung und durch eine bestimmte Strecke.

In dieser Bedeutung als Operation nennt man $\overline{AB}$ einen Vector, und die Operation selbst ist vollständig bestimmt durch die Richtung und Strecke der Fortführung. Der Ausgangspunkt, den man Ursprung des Vectors nennt, kann beliebig gewählt werden.

Um eine gerade Linie zu bestimmen, müssen wir sowohl ihren Anfangspunkt, als auch ihre Richtung und

Digitized by Google

Länge angeben; Vectoren hingegen, welche sich nur durch ihren Ursprung von einander unterscheiden, welche also parallel (und nach derselben Seite hin gezogen) und von gleicher Länge sind, werden als gleich angesehen.

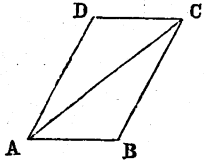
Jede Grösse, welche, wie z. B. eine Geschwindigkeit oder eine Kraft, eine bestimmte Richtung und einen bestimmten Betrag hat, kann als Vector behandelt und in einem Diagramm als gerade Linie dargestellt werden, deren Richtung parallel ist der des Vectors und deren Länge, nach einer angenommenen Scala, die Grösse des Vectors vorstellt.

Artikel IX. System von drei Partikeln.

Betrachten wir nun zunächst ein System, welches aus drei Partikeln besteht.

Seine Configuration wird dargestellt durch ein aus drei Punkten A, B, C zusammengesetztes Diagramm.

Fig. 1.



Die Lage von B in Beziehung auf A wird dargestellt durch den Vector $\overline{AB}$, und die Lage von C in Beziehung auf B durch den Vector $\overline{BC}$.

Es ist klar, dass man aus diesen Daten (den beiden Vectoren), wenn A bekannt ist, B und sofort C finden kann, so dass die Configuration der drei Punkte vollständig bestimmt ist.

Die Lage von C in Beziehung auf A wird angezeigt durch den Vector $\overline{AC}$, und der Werth von $\overline{AC}$ muss sich nach der vorhergehenden Bemerkung aus den Werthen von $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$ ableiten lassen.

Das Resultat der Operation $\overline{AC}$ ist, dass der beschreibende Punkt von A nach C gebracht wird. Aber das Resultat ist dasselbe, wenn der beschreibende Punkt erst von A nach B und dann von B nach C gebracht wird, das aber ist die Summe der Operationen $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$.

Digitized by Google

Artikel X. Addition von Vectoren.

Daraus ergiebt sich folgende Regel für die Addition von Vectoren. Von irgend einem Punkte als Ursprung anfangend, ziehe man die Vectoren, wie sie aufeinander folgen, in einer Reihe, so dass jeder folgende Vector dort anfängt, wo der vorhergehende aufhört. Die gerade Linie vom Ursprunge bis zum Ende der Reihe stellt einen Vector dar, welcher die Summe der gegebenen Vectoren ist.

Die Reihenfolge der Addition ist gleichgültig, denn wenn wir statt $\overline{AB} + \overline{BC}$ hinschreiben: $\overline{BC} + \overline{AB}$, so kann die angezeigte Operation vollführt werden, indem wir $\overline{AD}$ parallel und gleich $\overline{BC}$ ziehen und hieran $\overline{DC}$ schliessen, welches, nach Euklid I. 33, parallel und gleich $\overline{AB}$ ist, so dass wir durch diese beiden Operationen ($\overline{AB}$ und $\overline{BC}$) nach dem Punkt C gelangen, in welcher Reihenfolge wir sie auch vollziehen mögen. Dieser Satz gilt für jede Anzahl von Vectoren: sie können in jeder beliebigen Reihenfolge genommen werden.

Artikel XI. Subtraction eines Vectors von einem anderen.

Um die Lage von C in Beziehung auf B durch die Lagen von B und von C in Beziehung auf A auszudrücken, bemerken wir, dass wir von B nach C entweder längs der geraden Linie BC gelangen können, oder auch, indem wir von B nach A und dann von A nach C gehen.

Also $\overline{BC} = \overline{BA} + \overline{AC}$

$= \overline{AC} + \overline{BA}$, da die Reihenfolge der Addition gleichgültig ist,

$= \overline{AC} - \overline{AB}$, da $\overline{AB}$ gleich und entgegengesetzt $\overline{BA}$ ist. Oder: Der Vector $\overline{BC}$, welcher die Lage von C in Beziehung auf B ausdrückt, wird gefunden, indem man den Vector von B subtrahirt von dem Vector von C, wobei diese Vectoren nach B und nach C von irgend einem gemeinschaftlichen Ursprunge A aus zu ziehen sind.

Digitized by Google

Artikel XII. Ursprung von Vectoren.

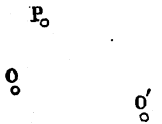
Die Lagen einer beliebigen Anzahl von Partikeln, welche einem materiellen Systeme angehören, lassen sich mittels der Vectoren bestimmen, welche zu jedem einzelnen Partikel von irgend einem Punkte aus gezogen werden. Dieser Punkt wird Ursprung der Vectoren oder Ursprung[1]) schlechtweg genannt.

Durch dieses System von Vectoren wird die Configuration des ganzen Systemes ausgedrückt, denn wenn wir die Lage irgend eines Punktes B in Beziehung auf irgend einen anderen Punkt A erfahren wollen, so kann sie aus den Vectoren $\overline{OA}$ und $\overline{OB}$ gefunden werden durch die Gleichung $\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA}$. Wir können jeden beliebigen Punkt als Ursprung wählen, und es ist vorderhand kein Grund vorhanden, warum wir den einen Punkt lieber als den anderen wählen sollten. Die Configuration des Systemes — das heisst die Lage seiner Theile gegeneinander — bleibt dieselbe, welcher Punkt immer als Ursprung gewählt wird. Aber es lassen sich viele Untersuchungen durch eine geeignete Wahl des Ursprunges vereinfachen.

Artikel XIII. Gegenseitige Lage zweier Systeme.

Wenn die Configurationen zweier verschiedener Systeme, von denen jedes seinen eigenen Ursprung hat, bekannt sind, und es sollen beide Systeme in ein einziges, grösseres zusammengefasst werden, welches denselben Ursprung haben soll, wie das erste der beiden Systeme, so muss die Lage des Ursprungs des zweiten Systemes in Beziehung auf den Ursprung des ersten Systemes gegeben sein, und es muss möglich sein, im zweiten Systeme Linien parallel zu Linien im ersten Systeme zu ziehen.

Fig. 2.



[1]) Im Folgenden immer mit O bezeichnet. Anm. d. Uebers.

Digitized by Google

Dann ist nach Artikel IX die Lage des Punktes P des zweiten Systemes in Beziehung auf den ersten Ursprung, O, gegeben durch die Summe des Vectors $O'P$ jenes Punktes in Beziehung auf den zweiten Ursprung, O', und des Vectors $O\,O'$ des zweiten Ursprunges in Beziehung auf den ersten, O.

Artikel XIV. Drei Data zur Vergleichung zweier Systeme.

Für diese Bildung eines grossen Systemes aus zwei oder mehreren kleineren haben wir ein Beispiel, wenn zwei benachbarte Staaten, von denen jeder sein eigenes Territorium vermessen und aufgenommen hat, übereinkommen, ihre Vermessungen so untereinander zu verbinden, dass beide Länder zusammen ein System bilden. Für diesen Zweck sind drei Dinge nothwendig.

1. Eine Vergleichung des Ursprunges, der von dem einen Staate bei der Vermessung gewählt wurde, mit dem vom anderen Staate gewählten Ursprunge.

2. Eine Vergleichung der Hauptrichtungen, auf welche man sich in jenen beiden Staaten bezogen hat.

3. Eine Vergleichung der Längeneinheiten, welche in beiden Staaten benutzt wurden.

Ad. 1. In civilisirten Ländern wird die Breite immer vom Aequator aus gerechnet, die Länge jedoch wird von einem willkürlich angenommenen Punkte aus gerechnet, z. B. von Greenwich oder von Paris. Desshalb muss, wenn die Karte von England der von Frankreich angepasst werden soll, der Unterschied in der geographischen Länge der Sternwarte von Greenwich und der Pariser Sternwarte bekannt sein.

Ad. 2. Wird eine Vermessung ohne astronomische Instrumente ausgeführt, dann lässt man mitunter die Hauptrichtungen, auf welche alle übrigen bezogen werden, durch die Magnetnadel eines Compasses bestimmen. Dies war, wenn ich nicht irre, der Fall bei den ersten Aufnahmen von einigen Inseln Westindiens. Die Resultate dieser Aufnahme gaben zwar genau die Local-

Digitized by Google

configuration der Insel, konnten aber nicht in eine allgemeine Erdkarte eingepasst werden, bevor die zur Zeit der Vermessung vorhandene Abweichung der Magnetnadel vom wahren Norden bestimmt worden war.

Ad. 3. Um die Vermessung von Frankreich mit der von England vergleichen zu können, muss die französische Längeneinheit, der Meter mit der englischen Längeneinheit, dem Yard verglichen werden.

Der Yard ist durch eine Parlamentsacte vom 30. Juli 1855 definirt, welche festsetzt: „dass die gerade Linie oder Entfernung zwischen den Mittelpunkten der Querlinien in den beiden goldenen Pflöcken in dem in der Schatzkammer aufbewahrten Broncebalken bei 62° Fahrenheit das echte Yardmaass sein, und, wenn verloren, nach den Copien wieder ersetzt werden soll."

Der Meter verdankt seine Autorität einem von der französischen Republik im Jahre 1795 erlassenen Gesetze. Er wird definirt als die Entfernung zwischen den Enden eines bestimmten (von Borda verfertigten) Platinastabes, wenn dieser die Temperatur des schmelzenden Eises hat. Durch Messungen von Capitän Clarke wurde gefunden, dass der Meter gleich ist 39,37043 engl. Zollen.

Artikel XV. Ueber den Begriff des Raumes.

Wir haben jetzt die Mehrzahl derjenigen Dinge besprochen, welche auf die Configuration eines materiellen Systemes Beziehung haben. Es erübrigen jedoch noch einige wenige Punkte, welche zur Metaphysik des Gegenstandes gehören und eine sehr wichtige Bedeutung für seine Physik haben.

Es wurde die Methode beschrieben zur Combination mehrerer Configurationen in ein System, welches sie alle einschliesst. Auf diese Weise fügen wir zu dem kleinen Gebiete, welches wir durch Ausstrecken unserer Gliedmaassen erforschen können, die entfernteren Gebiete, die wir gehend oder fahrend erreichen können. Zu diesen wieder fügen wir jene hinzu, von

Digitized by Google

denen wir durch die Berichte Anderer erfahren, und dann jene unerreichbaren Gebiete, deren Lage wir nur vermittelst der Rechnung bestimmen können, bis wir zuletzt erkennen, dass jeder Ort in Beziehung auf jeden anderen Ort eine bestimmte Lage hat, gleichgültig ob man von dem einen Orte zum anderen gelangen kann oder nicht.

So leiten wir aus Messungen an der Erdoberfläche die Lage des Erdmittelpunktes in Beziehung auf bekannte Objecte ab, und berechnen die Anzahl von Cubikmeilen, welche das Erdvolumen beträgt, vollkommen unabhängig von jeder Hypothese über das, was sich im Mittelpunkte der Erde befindet oder an irgend einem Orte unter dem dünnen Lager der Erdkruste, welches allein wir ja direct erforschen können.

Artikel XVI. Der Irrthum des Cartesius.

Hiernach ist klar, dass die Entfernung zwischen zwei Dingen nicht von irgend einem zwischen ihnen befindlichen Dinge abhängt. Diese Abhängigkeit aber scheint Cartesius zu behaupten, wenn er sagt (Princip. Phil. II. 18), dass wenn dasjenige, was sich im Innern eines hohlen Gefässes befindet, herausgenommen würde, ohne dass irgend etwas dafür hineinkäme, was den Platz des früheren Inhaltes ausfüllte, dass dann die Wände des Gefässes, welche nunmehr nichts zwischen sich hätten, einander berühren würden.

Diese Behauptung ist auf das Dogma des Cartesius gegründet, dass die Ausdehnung in Länge, Breite und Tiefe, welche den Raum ausmacht, die einzige wirkliche Eigenschaft der Materie sei. „Die Natur der Materie“, sagt er, „oder der Körper im Allgemeinen besteht nicht darin, dass ein Körper hart oder schwer oder gefärbt ist, sondern nur darin, dass er nach Länge, Breite und Tiefe ausgedehnt ist“ (Princip. II. 4). Indem er so die Eigenschaften der Materie mit denen des Raumes verwechselt, kommt er zu dem logischen Schlusse, dass, wenn alle Materie aus einem Gefäss entfernt werde, auch kein

Digitized by Google

Raum mehr in demselben existire. Er nimmt an, dass jeder Raum immer mit Materie erfüllt sein müsse.

Ich bin auf diese Ansicht von Cartesius eingegangen, um zu zeigen, wie wichtig eine tiefere Einsicht in die Elemente der Dynamik ist. In ganz klarer Weise verkündigt Cartesius die Haupteigenschaft der Materie in seinem „Ersten Gesetze der Natur“ (Princip. II. 37): „Dass jedes einzelne Ding, soweit es an ihm liegt, in seinem Zustande verharrt, sei es nun in Ruhe oder in Bewegung.“

Wir werden bei Besprechung von Newton's Bewegungsgesetzen sehen, dass in den Worten „soweit es an ihm liegt“ die wirkliche Haupteigenschaft der Materie und das wahre Maass ihrer Menge ausgedrückt ist. Cartesius jedoch gelangte nie zu einem vollen Verständniss seiner eigenen Worte (*quantum in se est*) und verfiel wieder in seine ursprüngliche Verwechslung von Materie und Raum — indem nach ihm der Raum die einzig mögliche Form der Substanz und alle existirenden Dinge blosse Zustände des Raumes waren. Dieser Irrthum zieht sich durch alle Theile des Descartes'schen grossen Werkes und bildet eine der letzten Grundlagen des Spinoza'schen Systemes. Ich will nicht unternehmen, ihn weiter herab in eine Zeit zu verfolgen, welche der unsrigen näher liegt, aber ich möchte Jenen, welche irgend ein metaphysisches System studiren, anempfehlen, den Theil desselben, der sich mit physikalischen Begriffen beschäftigt, sorgfältig zu prüfen.

Wir erachten es im Interesse des Fortschrittes der Wissenschaft, mit Newton die Zeit und den Raum als Begriffe getrennt zu betrachten von dem Begriffe des materiellen Systemes, dessen Zustände ja durch jene beiden Begriffe in Beziehung zueinander gesetzt werden.

Artikel XVII. Ueber den Begriff der Zeit.

Der Begriff der Zeit ist in seiner primitiven Form wahrscheinlich nichts anderes, als die Erkenntniss einer Aufeinanderfolge in den Zuständen unseres Bewusstseins.

Digitized by Google

Wäre mein Gedächtniss vollkommen, so könnte ich wohl alle Ereignisse, die innerhalb meiner Erfahrung liegen, in richtiger chronologischer Aufeinanderfolge angeben. Aber es wäre schwer, wenn nicht unmöglich für mich, das Intervall zwischen einem Paare von Ereignissen mit dem Intervalle zwischen einem anderen Paare von Ereignissen zu vergleichen — z. B. festzustellen, ob die Zeit während welcher ich ohne Ermüdung arbeiten kann, jetzt grösser oder kleiner ist, als beim Beginne meiner Studien. Durch unseren Verkehr mit Anderen und durch unsere Erfahrung an Naturprocessen, die sich in gleichförmiger oder rhythmischer Weise fortlaufend vollziehen, kommen wir zur Erkenntniss der Möglichkeit eines Systemes der Zeitrechnung, in welchem alle Ereignisse, von welcher Art immer, ihren Platz finden müssen, mögen sie sich nun auf uns selbst oder auf Andere beziehen. Von irgend zwei Ereignissen, sagen wir z. B. die factische Veränderung an dem Sterne in Corona borealis, welche jene Lichteffecte hervorbrachte, die Huggins am 16. Mai 1866 spectroscopisch untersuchte, und der geistige Process der Vermuthung, welche zuerst Adams oder Leverrier auf jene Forschungen führte, deren Resultat die Entdeckung des Planeten Neptun durch Galle am 23. September 1846 war, muss das erstgenannte entweder früher oder später als das zweite vorgefallen sein, oder gleichzeitig mit ihm.

Absolute, wahre nnd mathematische Zeit wird von Newton als gleichmässig fliessend und unbeeinflusst durch die Geschwindigkeit oder Langsamkeit der Bewegung materieller Dinge angesehen. Sie wird auch Dauer genannt. Relative, scheinbare und gemeine Zeit ist nach der Bewegung von Körpern geschätzte Dauer, so bei der Bestimmung von Tagen, Monaten, Jahren. Diese Zeitmaasse sind als provisorisch anzusehen, denn die Fortschritte der Astronomie haben uns gelehrt, die Ungleichheiten in den Längen der Tage, Monate, Jahre zu messen und hierdurch die scheinbare Zeit auf ein gleichförmigeres Maass zurückzuführen, welches mittlere Sonnenzeit genannt wird.

Digitized by Google

Artikel XVIII. Der absolute Raum.

Der absolute Raum ist als unbeweglich und sich immer gleich bleibend zu denken. Die Anordnung der Theile des Raumes kann ebensowenig verändert werden, wie die Reihenfolge der Theile der Zeit. Sich vorstellen, dass die Raumtheile sich von ihren Orten wegbewegen, heisst sich vorstellen, dass sich ein Ort von sich selbst wegbewegt.

Wie es aber nichts gibt, wodurch sich ein Theil der Zeit von einem anderen unterscheiden lässt, als die verschiedenen Ereignisse, die in ihnen stattfinden; so gibt es auch nichts, wodurch sich ein Theil des Raumes von einem anderen unterscheiden lässt, ausgenommen seine Beziehung auf den Ort materieller Körper. Die Zeit eines Ereignisses können wir nur beschreiben durch Beziehung auf ein anderes Ereigniss, und den Ort eines Körpers nur durch Beziehung auf einen anderen Körper. Unsere ganze Kenntniss, sowohl von der Zeit als auch vom Raume ist also wesentlich relativ. Wenn Jemand einmal die Gewohnheit angenommen hat, Wörter zusammenzustellen, ohne sich die Mühe zu geben, die Gedanken zu bilden, die ihnen entsprechen sollten, so ist es dann leicht für ihn, eine Antithese zwischen dieser relativen Kenntniss und einer sogenannten absoluten Kenntniss zu bilden, und unsere Unwissenheit über die absolute Lage eines Punktes als Beweis für die Beschränktheit unserer Fähigkeiten zu bezeichnen. Hingegen wird ein Jeder, der versucht hat, sich den Zustand eines Geistes vorzustellen, welcher sich der Kenntniss der absoluten Lage eines Punktes bewusst ist, für alle Zeit nachher mit unserer relativen Kenntniss zufrieden sein.

Artikel XIX. Aufstellung des allgemeinen Grundsatzes der Physik.

Es giebt einen oft citirten Satz, welcher lautet: „Dieselben Ursachen bringen immer dieselben Wirkungen hervor.“

Digitized by Google

Um diesen Satz verständlich zu machen, müssen wir definiren, was wir unter denselben Ursachen und unter denselben Wirkungen verstehen; denn es ist klar, dass kein Ereigniss je mehr als einmal stattfindet, so dass die Ursachen und Wirkungen nicht in allen Beziehungen gleiche sein können. In Wirklichkeit ist gemeint, dass wenn die Ursachen sich von einander bloss hinsichtlich des absoluten Raumes und der absoluten Zeit ihres Stattfindens unterscheiden, dieses dann ebenso für die Wirkungen gilt.

Die folgende Behauptung, welche dem obigen Satz äquivalent ist, scheint deutlicher zu sein, ausdrücklicher mit den Begriffen von Raum und Zeit verknüpft und leichter anwendbar auf einzelne Fälle:

„Der Unterschied zwischen zwei Ereignissen hängt nicht ab von dem reinen Unterschiede der Zeiten oder der Orte, in denen und an denen sie stattfinden, sondern nur von Unterschieden in dem Wesen, der Configuration oder der Bewegung der betreffenden Körper.“

Hieraus folgt, dass, wenn ein Ereigniss zu einer bestimmten Zeit und an einem bestimmten Orte stattgefunden hat, es für ein ganz gleiches Ereigniss möglich ist zu einer anderen Zeit und an einem anderen Orte stattzufinden.

Ein anderer Grundsatz, der mit dem am Anfange dieses Artikels citirten nicht verwechselt werden darf, sagt: „Aehnliche Ursachen bringen ähnliche Wirkungen hervor.“

Dieser Satz ist nur dann richtig, wenn kleine Veränderungen in dem Anfangszustande des Systemes nur kleine Veränderungen in seinem Endzustande zur Folge haben. Bei einer grossen Anzahl von physikalischen Phänomenen ist diese Bedingung erfüllt; aber es gibt Fälle, in welchen eine kleine anfängliche Veränderung eine sehr grosse Veränderung in dem Endzustande des Systemes hervorbringt, so wenn die Verrückung der Weichen einen Eisenbahnzug veranlasst, in einen anderen hineinzurennen, statt seinen richtigen Weg einzuhalten.

Digitized by Google

Zweites Capitel.

Bewegung.

Artikel XX. Definition von Dislocation.

Die Lagen verschiedener Punkte eines Systemes in einem und demselben Momente haben wir schon untereinander verglichen. Wir haben jetzt zunächst die Lage eines Punktes in einem gegebenen Momente mit seiner Lage in einem früheren Momente, Epoche genannt, zu vergleichen.

Der Vector, welcher die Endlage eines Punktes in Beziehung auf seine Lage in der Epoche anzeigt, wird die Dislocation des Punktes genannt. So ist, wenn A_1 die Anfangslage und A_2 die Endlage eines Punktes A ist, die Linie $\overline{A_1 A_2}$ die Dislocation von A, und jeder Vector $\overline{o\,a}$, der vom Ursprung o parallel und gleich $\overline{A_1 A_2}$ gezogen ist, zeigt diese Dislocation an.

Artikel XXI. Diagramm der Dislocation.

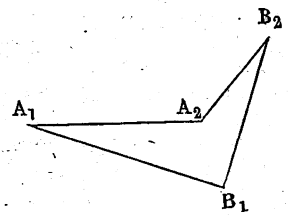
Wird ein anderer Punkt des Systemes von B_1 nach B_2 dislocirt, so zeigt der Vector $\overline{o\,b}$, parallel und gleich $\overline{B_1 B_2}$ die Dislocation von B an.

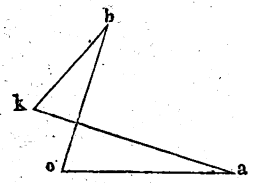
In gleicher Weise lässt sich die Dislocation einer beliebigen Anzahl von Punkten durch Vectoren, die aus demselben Ursprunge o gezogen sind, darstellen. Dieses

Digitized by Google

System von Vectoren wird Diagramm der Dislocation genannt. Es ist nicht nöthig, die Linien wirklich auszuziehen, um diese Vectoren darzustellen; es genügt, die Punkte a, b u. s. w. an den Enden der Vectoren zu bezeichnen. Das Diagramm der Dislocation kann daher betrachtet werden als bestehend aus einer Anzahl von Punkten a, b u. s. w., welche den zum Systeme gehörigen Punkten A, B u. s. w. entsprechen, und aus dem Punkte o, dessen Lage willkürlich gewählt werden konnte und der als Ursprung für alle Vectoren angenommen wurde.

Fig. 3.





Artikel XXII. Relative Dislocation.

Die Linie $\overline{ab}$ in dem Diagramm der Dislocation stellt die Dislocation des Punktes B in Beziehung auf A dar.

Denn wenn wir in dem Diagramm der Dislocation (Fig 3) $\overline{ak}$ parallel, gleich und gleichsinnig mit $\overline{B_1A_1}$ ziehen und dann die Punkte k und b durch $\overline{kb}$ verbinden, so ist leicht zu zeigen, dass $\overline{kb}$ gleich und parallel $\overline{A_2B_2}$ ist.

Denn der Vector $\overline{kb}$ ist die Summe der Vectoren $\overline{ka}$, $\overline{ao}$ und $\overline{ob}$, und $\overline{A_2B_2}$ ist die Summe von $\overline{A_2A_1}$, $\overline{A_1B_1}$ und $\overline{B_1B_2}$. Nun ist $\overline{ka}$ dasselbe wie $\overline{A_1B_1}$, $\overline{ao}$ dasselbe

Digitized by Google

wie $\overline{A_2 A_1}$, und $\overline{ob}$ dasselbe wie $\overline{B_1 B_2}$, ferner ist nach Artikel X die Reihenfolge der Addition gleichgültig, somit ist $\overline{kb}$ in Richtung und Grösse dasselbe wie $\overline{A_2 B_2}$. Nun stellt $\overline{ka}$ oder $\overline{A_1 B_1}$ die Anfangslage von B in Beziehung auf A, und $\overline{kb}$ oder $\overline{A_2 B_2}$ die Endlage von B in Beziehung auf A dar. Demnach stellt $\overline{ab}$ die Dislocation von B in Beziehung auf A dar, was zu beweisen war.

In Artikel XX unterliessen wir absichtlich, zu sagen, ob der Ursprung, auf den die Anfangsconfiguration bezogen wurde und der, auf welchen die Endconfiguration bezogen wird, nothwendig ein und derselbe Punkt sind, oder ob während der Dislocation des Systemes auch eine Dislocation des Ursprunges stattfindet.

Jetzt wollen wir zu Gunsten unserer Entwicklung annehmen, dass der Ursprung absolut fest ist und dass die durch $\overline{oa}$, $\overline{ob}$ u. s. w. dargestellten Dislocationen die absoluten Dislocationen sind. Um von diesem Falle zu jenem überzugehen, in welchem der Ursprung eine Dislocation erfährt, brauchen wir bloss A, einen der beweglichen Punkte des Systemes, zum Ursprung zu wählen. Da die absolute Dislocation von A durch $\overline{oa}$ dargestellt wird, so wird die Dislocation von B in Beziehung auf A, wie wir gesehen haben, durch $\overline{ab}$ dargestellt, und Analoges gilt für alle übrigen Punkte des Systemes.

Die Vertheilung der Punkte a, b u. s. w. im Diagramm der Dislocation ist daher dieselbe, ob wir die Dislocationen auf einen festen oder auf einen selbst dislocirten Punkt beziehen; der einzige Unterschied besteht darin, dass wir einen anderen Ursprung für die Vectoren im Diagramm der Dislocationen anzunehmen haben, wobei es als Regel gilt, dass, welchen Punkt immer — fest oder beweglich — wir zum Ursprung für das Diagramm der Configuration nehmen, wir den entsprechenden Punkt auch als Ursprung für das Diagramm der Dislocation wählen. Wollen wir die Thatsache ausdrücken, dass wir über die absolute Dislocation im Raume irgend eines Punktes des Systemes gar nichts wissen, so können wir dies dadurch thun, dass wir das Diagramm der Dislocationen als ein blosses System von Punkten con-

Digitized by Google

struiren, ohne auf irgend eine Weise anzudeuten, welchen von ihnen wir zum Ursprung nehmen.

Dieses Diagramm der Dislocationen (ohne Ursprung) wird dann nicht mehr und nicht weniger ausdrücken als alles das, was wir überhaupt je von der Dislocation des Systemes wissen können. Es besteht einfach aus einer Anzahl von Punkten, a, b, c u. s. w., welche den Punkten A, B, C u. s. w. des materiellen Systemes entsprechen; und ein Vector, wie z. B. $\overline{ab}$, stellt die Dislocation von B in Beziehung auf A dar.

Artikel XXIII. Gleichförmige[1]) Dislocation.

Wenn die Dislocationen aller Punkte eines materiellen Systemes in Beziehung auf einen äusseren Punkt dieselben sind in Richtung und Grösse, so wird das Diagramm der Dislocation auf zwei Punkte reducirt, von denen der eine dem äusseren Punkte entspricht, und der andere jedem Punkte des dislocirten Systemes. In diesem Falle werden die Punkte des Systemes in Beziehung auf einander gar nicht dislocirt, sondern bloss in Beziehung auf den äusseren Punkt.

Diese Art von Dislocation tritt ein, wenn ein Körper sich parallel mit sich selbst bewegt, ohne seine Form zu ändern; sie mag gleichförmige Dislocation genannt werden.

Artikel XXIV. Bewegung.

Wird die Veränderung in der Configuration eines Systemes bloss mit Rücksicht auf seine beiden Zustände vor und nach der Veränderung betrachtet und ohne Bezug auf die Zeit, während welcher diese Veränderung sich vollzieht, so nennt man sie eine Dislocation des Systemes.

---

[1]) Sind die gleichzeitigen Werthe einer Grösse für verschiedene Körper oder Orte einander gleich, so sagt man, die Grösse sei gleichförmig im Raume vertheilt.

Digitized by Google

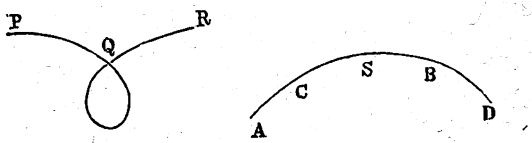
Richten wir unsere Aufmerksamkeit auf den Process der Veränderung selbst, als etwas, was sich in einer gewissen Zeit und in stetiger Weise vollzieht, dann schreiben wir die Veränderung in der Configuration der Bewegung des Systemes zu.

Artikel XXV. Stetigkeit der Bewegung.

Wird ein materielles Partikel dislocirt, so dass es aus einer Lage in eine andere übergeht, so kann es dies nur thun, indem es längs eines Weges oder einer Bahn von einer Lage in die andere hinüberwandert.

In jedem Momente seiner Bewegung wird sich das Partikel in irgend einem Punkte der Bahn befinden,

Fig. 4.



und wenn wir irgend einen Punkt der Bahn bestimmen, so wird das Partikel diesen Punkt mindestens einmal[1]) während seiner Bewegung passiren.

Das ist gemeint, wenn man sagt, das Partikel beschreibe eine stetige Bahn. Die Bewegung eines materiellen Partikels, welche stetigen Verlauf in der Zeit und im Raume hat, ist Beispiel und Typus für jede Form von Stetigkeit.

---

[1]) Schneidet die Bahn sich selbst in Form einer Schleife, wie PQR in Fig. 4, so passirt das Partikel den Durchschnittspunkt Q zweimal, und wenn das Partikel auf seinem eigenen Wege zurückgeht, wie in der Bahn $ABCD$, so kann es denselben Punkt S drei oder mehr mal passiren.

Digitized by Google

Artikel XXVI. Constante[1]) Geschwindigkeit.

Wenn die Bewegung eines Partikels so beschaffen ist, dass seine Dislocationen in gleichen — wenn auch noch so kurzen — Zeitabschnitten einander gleich und gleichgerichtet sind, so sagt man, das Partikel bewege sich mit constanter Geschwindigkeit.

Offenbar wird in diesem Falle die Bahn des Körpers eine gerade Linie sein und die Länge eines Stückes der Bahn wird der Zeit proportional sein, während welcher es beschrieben wurde.

Der Grad oder das Maass der Bewegung wird Geschwindigkeit des Partikels genannt, und ihre Grösse wird so ausgedrückt, dass man angibt: eine so und so grosse Entfernung in so und so viel Zeit, z. B. zehn Meilen in der Stunde oder einen Meter in der Secunde. Gewöhnlich wählt man eine Einheit für die Zeit, wie etwa eine Secunde, und misst die Geschwindigkeit durch die in der Zeiteinheit zurückgelegte Entfernung.

Wird ein Meter in einer Secunde zurückgelegt und ist die Geschwindigkeit constant, so wird ein Tausendtel oder ein Milliontel eines Meters in einem Tausendtel oder einem Milliontel einer Secunde zurückgelegt werden. Wenn wir demnach die Dislocation während irgend eines — noch so kurzen — Zeitabschnittes beobachten oder berechnen können, so können wir daraus die Entfernung ableiten, die mit derselben Geschwindigkeit während einer längeren Zeit zurückgelegt würde. Dieses Resultat, welches uns in den Stand setzt, die Geschwindigkeit während des kurzen Zeitabschnittes auszudrücken, setzt nicht als nothwendige Bedingung voraus, dass sich der Körper wirklich während der längeren Zeit in demselben Maasse weiterbewegt. So ist es möglich zu wissen, dass sich ein Körper mit einer Geschwindigkeit

---

[1]) Sind die auf einander folgenden Werthe einer Grösse für auf einander folgende Zeittheilchen einander gleich, so nennt man die Grösse constant.

Digitized by Google

von zehn Meilen in der Stunde bewegt, obwohl seine Bewegung nach diesem Maasse nur ein Hundertel Secunde lang währt.

Artikel XXVII. Maass der Geschwindigkeit, wenn sie veränderlich ist.

Ist die Geschwindigkeit eines Partikels nicht constant, so wird ihr Werth für jeden gegebenen Moment gemessen durch die Entfernung, welche in der Zeiteinheit von einem Körper zurückgelegt wird, der die Geschwindigkeit hat, welche das Partikel in jenem Momente hatte.

Wenn wir z. B. sagen, dass in einem gegebenen Momente, also eine Secunde nachdem ein Körper zu fallen begonnen hat, seine Geschwindigkeit 980 cm für die Secunde ist, so meinen wir damit: wenn die Geschwindigkeit eines Partikels constant wäre und gleich der des fallenden Körpers in dem gegebenen Momente, so würde das Partikel in einer Secunde 980 cm zurücklegen.

Es ist von besonderer Bedeutung, genau zu verstehen, was mit der Geschwindigkeit oder dem Maasse der Bewegung eines Körpers gemeint ist, da diese Begriffe, welche sich unserem Geiste bei Betrachtung der Bewegung aufdrängen die nämlichen sind, von denen Newton in seiner Fluxionsmethode[1]) Gebrauch machte; sie dienen dem grossen Gebäude exacten Wissens, welches in neuester Zeit aufgerichtet wurde, zur Grundlage.

Artikel XXVIII. Diagramm der Geschwindigkeiten.

Wenn jeder der Körper in einem Systeme eine constante Geschwindigkeit hat und wir vergleichen die Con-

---

[1]) Hängt der Werth einer Grösse von dem einer anderen ab, so wird das Maass der Veränderung der ersten Grösse in Beziehung auf die zweite nach der Fluxionsmethode als eine Ge-

Digitized by Google

figurationen des Systemes vor und nach einem Zeitintervalle, welches der Einheit gleich ist, so stellen die Dislocationen, welche so von Körpern mit constanter Geschwindigkeit in der Zeiteinheit bewirkt werden, die Geschwindigkeiten der Körper dar, nach der im Artikel XXVI beschriebenen Methode, diese zu messen.

Sind die Geschwindigkeiten während der Zeiteinheit nicht wirklich constant, so muss man sich ein anderes System vorstellen, welches aus ebenso vielen Körpern besteht, wie das erste, und in welchem die einzelnen Geschwindigkeiten dieselben sind, wie die ihnen entsprechenden des ersten Systemes im gegebenen Momente, in welchem aber diese Geschwindigkeiten während einer Zeiteinheit constant bleiben. Die Dislocationen dieses Systemes stellen die Geschwindigkeiten des wirklichen Systemes im gegebenen Momente dar.

Eine andere Methode, das Diagramm der Geschwindigkeiten eines Systemes in einem gegebenen Momente zu bilden, besteht darin, dass man ein kleines Zeitintervall, den n ten Theil der Zeiteinheit, so annimmt, dass die Mitte dieses Intervalls mit dem gegebenen Momente zusammenfällt. Nun nimmt man das Diagramm der Dislocationen für dieses Intervall und vergrössert alle seine Dimensionen n mal. Das was herauskommt ist ein Diagramm der mittleren Geschwindigkeiten des Systemes während des Intervalles. Wenn wir nun die Zahl n unbegrenzt wachsen lassen, so wird das Intervall unbegrenzt abnehmen, und die mittleren Geschwindigkeiten werden sich unbegrenzt den wirklichen Geschwindigkeiten in dem gegebenen Momente nähern. Wenn schliesslich n unendlich gross wird, dann stellt das Diagramm genau die Geschwindigkeiten im gegebenen Momente dar.

---

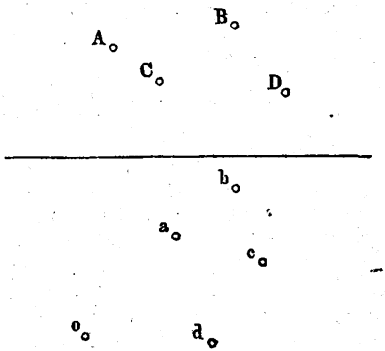
schwindigkeit ausgedrückt, indem man sich vorstellt, die erste Grösse repräsentire die Dislocation eines Partikels, während die zweite gleichförmig mit der Zeit fliessend gedacht wird.

Digitized by Google

Artikel XXIX. Eigenschaften des Diagrammes der Geschwindigkeiten.

Das Diagramm der Geschwindigkeiten für ein System, welches aus einer Anzahl von materiellen Partikeln zusam-

Fig. 5.



mengesetzt ist, besteht aus einer Anzahl von Punkten, von denen jeder einem von den Partikeln entspricht.

Die Geschwindigkeit eines Partikels *B* in Beziehung auf ein anderes *A*, wird nach Richtung und Grösse dargestellt durch die Linie $\overline{ab}$ im Diagramm der Geschwindigkeiten, welche von dem, *A* entsprechenden Punkte *a* zu dem, *B* entsprechenden Punkte *b* gezogen ist.

So lässt sich mittelst des Diagrammes die relative (gegenseitige) Geschwindigkeit je zweier Punkte finden. Das Diagramm sagt uns nichts über die absolute Geschwindigkeit irgend eines Punktes; es drückt genau das aus, was wir überhaupt über die Bewegung wissen können, und nicht mehr.

Wollen wir aber die Voraussetzung machen, dass $\overline{oa}$ die absolute Geschwindigkeit von *A* vorstellt, dann wird die absolute Geschwindigkeit irgend eines anderen Par-

Digitized by Google

tikels, z. B. die von B durch den Vector $\overline{ob}$ dargestellt, der von o, als Ursprung, nach dem jenem Partikel B entsprechenden Punkte b gezogen ist.

So wie es aber unmöglich ist, die Lage eines Körpers anders zu bestimmen als in Beziehung auf die Lage irgend eines Punktes, den wir Vergleichspunkt nennen wollen; so ist es auch unmöglich, die Geschwindigkeit eines Körpers anders als in Beziehung auf die Geschwindigkeit eines Vergleichspunktes zu bestimmen. Der Ausdruck: absolute Geschwindigkeit, hat ebenso wenig einen Sinn, wie der Ausdruck: absolute Lage. Desshalb ist es besser, nicht irgend einen Punkt im Diagramm der Geschwindigkeit als Ursprung hervorzuheben, sondern das Diagramm als Ausdruck der Beziehungen aller Geschwindigkeiten unter einander anzusehen und als nichts aussagend über den absoluten Werth irgend einer von ihnen.

Artikel XXX. Bedeutung des Ausdruckes „in Ruhe“.

Wenn wir sagen, dass ein Körper in Ruhe ist, so bedienen wir uns hierbei allerdings einer Redeweise, welche etwas über den Körper, für sich allein betrachtet, festzustellen scheint, und wir könnten glauben, dass die Geschwindigkeit eines anderen Körpers, bezogen auf den in Ruhe befindlichen Körper, seine wahre und einzige absolute Geschwindigkeit sei. Aber der Ausdruck „in Ruhe“ hat im bürgerlichen Verkehre die Bedeutung „ohne Geschwindigkeit in Beziehung auf das, worauf der Körper steht,“ so z. B. in Beziehung auf die Erdoberfläche, oder auf das Verdeck eines Schiffes. Mehr kann damit nie gemeint sein.

Desshalb ist es unwissenschaftlich, zwischen Ruhe und Bewegung zu unterscheiden, als zwischen zwei verschiedenen Zuständen eines Körpers an sich, da es unmöglich ist, von einem Körper als in Ruhe oder in Bewegung befindlich zu sprechen ohne eine — ausgesprochene oder verschwiegene — Beziehung auf irgend einen anderen Körper.

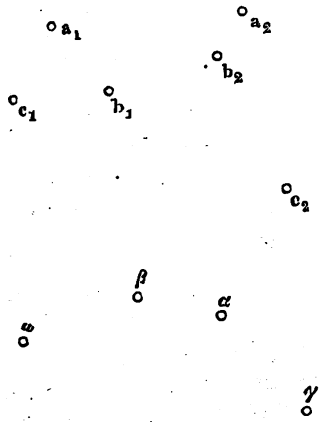
Digitized by Google

Artikel XXXI. Veränderung der Geschwindigkeit.

Wie wir die Geschwindigkeiten verschiedener Körper zu derselben Zeit unter einander verglichen haben, so können wir auch die relativen Geschwindigkeiten eines Körpers in Beziehung auf einen anderen zu verschiedenen Zeiten mit einander vergleichen.

Ist a_1, b_1, c_1 das Diagramm der Geschwindigkeiten eines Systemes von Körpern A, B, C in seinem Anfangszustande und a_2, b_2, c_2 das Diagramm der Geschwindigkeiten in dem Endzustande des Systemes, nehmen wir ferner irgend einen Punkt ω zum Ursprung und ziehen $\overline{\omega\alpha}$ gleich und parallel $\overline{a_1 a_2}$, $\overline{\omega\beta}$ gleich und parallel $\overline{b_1 b_2}$ und $\overline{\omega\gamma}$ gleich und parallel $\overline{c_1 c_2}$ u. s. w., so können wir die Punkte α, β, γ u. s. w. als ein Diagramm ansehen, dessen Bedeutung ist: dass eine Linie $\overline{\alpha\beta}$ in dem Diagramm die Veränderung der Geschwindigkeit von B in Beziehung auf A nach Richtung und Grösse darstellt. Dieses Diagramm mag Diagramm der Gesammtbeschleunigungen heissen.

Fig. 6.



Artikel XXXII. Beschleunigung.

Das Wort Beschleunigung wird hier verwendet, um irgend eine Veränderung in der Geschwindigkeit zu bezeichnen, sei es eine Zunahme oder eine Abnahme in

Digitized by Google

ihrer Grösse, oder eine Veränderung in ihrer Richtung. Demnach unterscheiden wir nicht wie in der bürgerlichen Sprache zwischen Beschleunigung, Verzögerung und Ablenkung der Bewegung eines Körpers, sondern wir sprechen von einer Beschleunigung in der Richtung der Bewegung, in der ihr entgegengesetzten Richtung, und in einer auf sie senkrechten Richtung.

Wie die Dislocation eines Systemes als die Veränderung in seiner Configuration definirt wurde, so ist die Gesammtbeschleunigung eines Systemes zu definiren als die Veränderung der Geschwindigkeiten im Systeme. Der Vorgang der Construction des Diagrammes der Gesammtbeschleunigungen durch Vergleichung des Anfangs- und Enddiagrammes der Geschwindigkeiten ist derselbe, wie bei der Construction des Diagrammes der Dislocationen durch Vergleichung des Anfangs- und Enddiagrammes der Configuration.

Artikel XXXIII. Der Grad der Beschleunigung.

Bisher haben wir die Gesammtbeschleunigung betrachtet, welche während eines gewissen Zeitintervalles stattfindet. Ist der Grad der Beschleunigung constant[1]), so wird er durch die Gesammtbeschleunigung in der Zeiteinheit gemessen. Ist aber der Grad der Beschleunigung veränderlich, so wird sein Werth in einem gegebenen Momente gemessen durch die Gesammtbeschleunigung eines Punktes während der Zeiteinheit, dessen Beschleunigung constant und gleich der Beschleunigung des gegebenen Partikels in dem gegebenen Momente ist.

Aus dieser Definition geht hervor, dass die Methode der Ableitung des Grades der Beschleunigung aus der Gesammtbeschleunigung während einer gegebenen Zeit vollkommen analog der Methode ist, nach welcher die Geschwindigkeit in einem gegebenen Momente aus der Dislocation während einer gegebenen Zeit abgeleitet wurde.

---

[1]) Siehe die Anmerkung zu Artikel XXVI.

Digitized by Google

Das Diagramm der Gesammtbeschleunigungen, construirt für ein Intervall gleich dem $n$ten Theile der Zeiteinheit und dann n mal vergrössert, ist ein Diagramm des mittleren Grades der Beschleunigung während jenes Intervalles, und indem wir das Intervall immer kleiner und kleiner nehmen, gelangen wir zuletzt zu dem wirklichen Grade der Beschleunigung in dem Momente, welcher der Mitte jenes Intervalles entspricht.

Da der Grad der Beschleunigung in der Physik viel häufiger in Betracht gezogen wird, als die Gesammtbeschleunigung, so ist das Wort Beschleunigung schlechtweg für denjenigen Begriff in Anwendung gekommen, den wir bisher mit dem Ausdrucke Grad der Beschleunigung bezeichnet haben.

Wenn wir uns also künftig des Wortes Beschleunigung ohne Weiteres bedienen, so ist darunter das zu verstehen, was wir bisher Grad der Beschleunigung genannt haben.

Artikel XXXIV. Diagramm der Beschleunigungen.

Das Diagramm der Beschleunigungen ist ein System von Punkten, von denen jeder einem der Körper des materiellen Systemes entspricht, so dass jede Linie $\overline{\alpha\beta}$ in dem Diagramm den Grad der Beschleunigung des Punktes B in Beziehung auf den Punkt A darstellt.

Es mag hier bemerkt werden, dass wir uns in dem Diagramm der Configuration der grossen Buchstaben A, B, C u. s. w. bedienen, um die relative Lage der Körper in dem Systeme zu bezeichnen; in dem Diagramm der Geschwindigkeiten benutzen wir die kleinen Buchstaben a, b, c u. s. w., um die relativen Geschwindigkeiten jener Körper zu bezeichnen; und in dem Diagramm der Beschleunigungen verwenden wir die griechischen Buchstaben α, β, γ u. s. w., um ihre relativen Beschleunigungen zu bezeichnen.

Digitized by Google

Artikel XXXV. Beschleunigung — ein relativer Begriff.

Beschleunigung ist, wie Lage und Geschwindigkeit, ein relativer Begriff und kann nicht im absoluten Sinne verstanden werden.

Wenn jedes Theilchen der materiellen Welt, welches unseren Beobachtungsmitteln zugänglich ist, in einem gegebenen Momente eine Veränderung seiner Geschwindigkeit dadurch erführe, dass eine neue Geschwindigkeit, und zwar für alle Theilchen die gleiche, in Richtung und Grösse hinzuträte, so würden alle relativen Bewegungen der Körper innerhalb des Systemes in vollkommen stetiger Weise fortgehen, und weder die Astronomen noch die Physiker würden durch ihre Instrumente herauszufinden im Stande sein, dass etwas geschehen ist.

Nur dann, wenn die Veränderung der Bewegung in verschiedenen Körpern des Systemes in verschiedener Weise geschieht, findet ein der Beobachtung zugängliches Ereigniss statt.

Drittes Capitel.

Kraft.

Artikel XXXVI. Kinematik und Kinetik.

Wir haben bisher die Bewegung eines Systemes in rein geometrischem Sinne betrachtet. Wir haben gezeigt, auf welche Weise man die Bewegung eines solchen wie

Digitized by Google

immer beschaffenen Systemes studirt und beschreibt, ohne auf irgend eine von den Bedingungen Rücksicht zu nehmen, welche sich aus der Wirkung der Körper des Systemes auf einander, ergeben.

Die Theorie der Bewegung, auf diese Weise behandelt, heisst Kinematik. Die Lehre von der Bewegung, welche die Wirkung der Körper auf einander in Betracht zieht, heisst Kinetik und, wenn die Kraft als Ursache der Bewegung speciell berücksichtigt wird, Dynamik.

Artikel XXXVII. Wirkung zweier Körper auf einander. — Dynamische Einwirkung.

Der Wirkung zweier materieller Theile auf einander werden verschiedene Namen beigelegt, je nach dem Gesichtspunkte, aus dem sie untersucht wird, und dieser Gesichtspunkt hängt von der Ausdehnung des materiellen Systemes ab, welches Gegenstand unserer Betrachtung ist.

Betrachten wir das ganze Phänomen der Wirkung zweier materieller Theile auf einander, so nennen wir es dynamische Einwirkung. Diese dynamische Einwirkung kann je nach der besonderen Wirkungsweise näher bezeichnet werden als Anziehung, Abstossung, Spannung, Druck, scheerende Krafteinwirkung, Torsion u. s. w.

Artikel XXXVIII. Aeussere Kraft.

Wenn wir aber, wie in Artikel II, unsere Aufmerksamkeit auf den einen der materiellen Theile beschränken, dann sehen wir die Sache so, als wäre bloss eine einseitige Wirkung da, diejenige nämlich, welche den von uns in Betracht genommenen Theil beeinflusst, und wir nennen das Phänomen, von diesem Gesichtspunkte aus betrachtet, rücksichtlich seines Effectes eine äussere Kraft, welche auf unseren materiellen Theil wirkt, und rücksichtlich seiner Ursache nennen wir es Action des anderen materiellen Theiles. Die dynamische Einwirkung,

Digitized by Google

vom entgegengesetzten Gesichtspunkt aus betrachtet, heisst Reaction auf den anderen materiellen Theil.

Artikel XXXIX. Verschiedene Erscheinungsweisen desselben Phänomens.

Im kaufmännischen Leben heisst ein und dieselbe Transaction zwischen zwei Parteien: Kaufen, wenn wir die eine Partei betrachten, Verkaufen, wenn wir die andere betrachten, und Handel, wenn wir beide Parteien in Betracht ziehen.

Der Rechnungsführer, der die Aufzeichnungen über diese Transaction zu prüfen hat, findet, dass die beiden Parteien solche auf einander entgegengesetzten Seiten ihrer Geschäftsbücher eingetragen haben, und er muss sich beim Vergleichen der Bücher in jedem Falle vergegenwärtigen, in wessen Interesse das ihm vorliegende Buch geführt ist.

Aus ähnlichen Gründen müssen wir uns bei dynamischen Untersuchungen immer erinnern, mit welchem der beiden Körper wir uns beschäftigen, so dass wir die Kräfte im Interesse unseres Körpers auffassen und nicht etwa einige von den Kräften auf die verkehrte Seite der Rechnung schreiben.

Artikel XL. Newton's Gesetze der Bewegung.

Die äussere oder von Aussen her einwirkende Kraft ist in Rücksicht auf ihren Effect — nämlich die Veränderung der Bewegung von Körpern — vollständig definirt und beschrieben in Newton's drei Gesetzen der Bewegung.

Das erste Gesetz sagt uns, unter welchen Bedingungen keine äussere Kraft vorhanden ist.

Das zweite zeigt uns, wie die Kraft, wenn sie vorhanden, zu messen ist.

Das dritte vergleicht die beiden Erscheinungsweisen der Action zwischen zwei Körper, je nachdem der eine oder der andere Körper als afficirt angesehen wird.

Digitized by Google

Artikel XLI. Das erste Gesetz der Bewegung.

1. Gesetz. — Jeder Körper verharrt in seinem Zustande von Ruhe oder von geradliniger gleichförmiger Bewegung; ausser wenn er durch äussere Kräfte zu einer Veränderung dieses Zustandes veranlasst wird.

Der experimentelle Nachweis der Wahrheit dieses Gesetzes liegt darin, dass wir jedesmal, wenn wir einer Veränderung in dem Bewegungszustande eines Körpers begegnen, diese Veränderung auf irgend eine Wirkung zwischen jenem Körper und einem anderen, das heisst auf eine äussere Kraft zurückführen können. Das Vorhandensein dieser Wirkung wird angezeigt durch ihren Effect auf den anderen Körper, wenn die Bewegung jenes anderen Körpers der Beobachtung zugänglich ist. So wird die Bewegung einer Kanonenkugel verzögert, aber das kommt von der Wirkung zwischen dem Projectil und der umgebenden Luft; hierdurch erfährt die Kugel die Einwirkung einer Kraft in der ihrer relativen Bewegung entgegengesetzten Richtung, während die Luft, durch eine gleich grosse Kraft vorwärts gestossen, selbst in Bewegung geräth und das bildet, was man den Wind der Kanonenkugel nennt.

Unsere Ueberzeugung von der Richtigkeit dieses Gesetzes wird jedoch noch wesentlich verstärkt durch die Betrachtung dessen, was eine Verneinung desselben involviren würde. Es sei gegeben ein in Bewegung befindlicher Körper. In einem gegebenen Momente sei er sich selbst überlassen und es werde von keiner Kraft auf ihn gewirkt. Was wird gesehehen? Nach Newton's Gesetz wird der Körper in gleichförmiger, geradliniger Bewegung verharren, das heisst, seine Geschwindigkeit wird an Richtung und Grösse constant bleiben.

Nun wollen wir aber die Voraussetzung machen, dass die Geschwindigkeit unter den gegebenen Bedingungen nicht constant bleibe, sondern dass sie sich ändere. Die Veränderung der Geschwindigkeit muss,

Digitized by Google

wie wir in Artikel XXXI sahen, eine bestimmte Richtung und Grösse haben. Nach dem Grundsatze des Artikel XIX muss diese Veränderung aber die nämliche sein, zu welcher Zeit und an welchem Orte auch das Experiment ausgeführt wird. Die Richtung der Veränderung der Bewegung muss desshalb bestimmt sein, entweder durch die Richtung der Bewegung selbst, oder durch irgend eine in dem Körper feste Richtung.

Nun wollen wir, für den ersten von diesen beiden Fällen, die Annahme machen, das Gesetz sei, dass die Geschwindigkeit nach einem gewissen Maasse abnehme, und dieses Maass wollen wir zu Gunsten der Einwendung als so klein voraussetzen, dass wir durch keinerlei Versuche an sich bewegenden Körpern die Abnahme der Geschwindigkeit in hunderten von Jahren entdecken könnten.

Die Geschwindigkeit, von der dieses hypothetische Gesetz spricht, kann nur eine auf einen in absoluter Ruhe befindlichen Punkt bezogene Geschwindigkeit sein. Denn wenn dieselbe eine relative Geschwindigkeit wäre, so hinge sie an Richtung sowohl wie an Grösse von der Geschwindigkeit des Vergleichspunktes ab.

Wenn der Körper, bezogen auf einen gewissen Punkt, sich nordwärts mit abnehmender Geschwindigkeit zu bewegen scheint, so brauchen wir ihn bloss auf einen anderen Punkt zu beziehen, der sich selbst mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit, die grösser ist als die des Körpers, nordwärts bewegt, und es wird den Anschein haben, als bewege sich der Körper südwärts mit stets wachsender Geschwindigkeit.

Demnach ist das hypothetische Gesetz ohne irgend eine bestimmte Bedeutung, ausser wir geben die Möglichkeit zu, absolute Ruhe und absolute Geschwindigkeit zu definiren.

Aber selbst wenn wir diese Möglichkeit zugeben, und selbst wenn sich jenes hypothetische Gesetz als richtig herausstellte, so würde dasselbe doch nicht als ein Gegensatz zu Newton's Gesetz aufzufassen sein, sondern als Merkmal

Digitized by Google

der widerstehenden Wirkung irgend eines Mittels im Raume.

Nehmen wir einen anderen Fall. Das Gesetz sei, dass ein Körper, auf den keine Kraft einwirkt, sofort aufhöre sich zu bewegen. Solches wird nicht allein durch die Erfahrung widerlegt, sondern es führt auch zu einer Definition der absoluten Ruhe als desjenigen Zustandes, den ein Körper annimmt, sobald er von der Einwirkung äusserer Kräfte frei wird.

Auf diese Weise kann man zeigen, dass die Verneinung von Newton's Gesetz in Widerspruch steht mit der einzigen vernünftigen Lehre von Raum und Zeit, welche der menschliche Geist jemals auszudenken im Stande war.

Artikel XLII. Gleichgewicht von Kräften.

Wenn sich ein Körper mit constanter Geschwindigkeit in einer geraden Linie fortbewegt, so heben sich die äusseren Kräfte, welche auf ihn wirken, wenn überhaupt welche vorhanden sind, einander auf: sie sind im Gleichgewichte.

Wenn z. B. ein Waggon in einem Eisenbahnzuge sich mit constanter Geschwindigkeit in einer geraden Linie bewegt, so müssen die äusseren Kräfte, welche auf ihn wirken — wie der Zug des vorangehenden Waggons, der ihn vorwärts treibt, der Zug des nachfolgenden, die Reibung an den Schienen, der Luftwiderstand, welche nach rückwärts wirken, das Gewicht des Waggons, welches nach unten wirkt und der Gegendruck der Schienen, welcher nach oben wirkt — einander genau aufheben.

Körper, welche sich in Beziehung auf die Erdoberfläche in Ruhe befinden, sind in Wirklichkeit in Bewegung, und ihre Bewegung ist weder constant noch geradlinig. Demnach sind die auf jene Körper einwirkenden Kräfte nicht vollständig im Gleichgewichte. Das scheinbare Gewicht der Körper wird nach der aufwärts gerichteten Kraft geschätzt, welche erforderlich ist, um sie in relativer Ruhe

Digitized by Google

gegen die Erde zu erhalten. Das scheinbare Gewicht ist desshalb beträchtlich kleiner als die Anziehung von Seiten der Erde, und macht einen kleineren Winkel mit der Erdaxe als diese Anziehung, so dass der combinirte Effect jener Kraft, welche den Körper gehoben hält, und der Anziehung der Erde auf den Körper eine senkrecht zur Erdaxe gerichtete Kraft ist, die gerade ausreicht, um den Körper in jener kreisförmigen Bahn zu erhalten, welche er beschreiben muss um gegen die Erde in Ruhe zu sein.

Artikel XLIII. Definition des Begriffes „gleiche Zeiten".

Indem das erste Bewegungsgesetz angiebt, unter welchen Umständen die Geschwindigkeit eines sich bewegenden Körpers constant bleibt, liefert es uns eine Methode, gleiche Zeitintervalle zu definiren. Lassen wir das materielle System aus zwei Körpern bestehen, welche nicht auf einander wirken, und auf welche auch kein ausserhalb des Systemes befindlicher Körper wirkt. Wenn der eine von diesen Körpern in Beziehung auf den anderen in Bewegung ist, so wird seine relative Geschwindigkeit, nach dem ersten Bewegungsgesetze, constant und geradlinig sein.

Demnach sind Zeitintervalle gleich, wenn die relativen Dislocationen während dieser Intervalle gleich sind.

Dies scheint auf den ersten Anblick weiter nichts zu sein, als eine Definition des Begriffes „gleiche Zeitintervalle", ein Ausdruck, für den wir bisher noch keine Definition gegeben haben.

Wenn wir aber ein zweites sich bewegendes System aus zwei Körpern annehmen, auf deren keinen eine Wirkung von irgend einem Körper ausgeübt wird, so wird uns dieses zweite System ebenfalls eine unabhängige Methode zur Vergleichung von Zeitintervallen bieten.

Die Aufstellung, dass gleiche Zeitintervalle solche sind, während welcher in irgend einem derartigen Systeme gleiche Dislocationen stattfinden, ist demnach gleich-

Digitized by Google

bedeutend mit der Behauptung, dass die Vergleichung von Zeitintervallen zu demselben Resultate führt, ob wir unser erstes oder unser zweites oder irgend ein anderes derartiges System aus zwei Körpern als Uhr benutzen.

Wir sehen also die theoretische Möglichkeit ein, Zeitintervalle unter einander zu vergleichen, wie weit sie auch aus einander liegen mögen; doch ist es kaum nöthig zu bemerken, dass diese Methode in der Nähe der Erde oder einer anderen grossen schweren Masse nicht praktisch durchführbar ist.

Artikel XLIV. Das zweite Gesetz der Bewegung.

2. Gesetz. Die Veränderung der Bewegung ist proportional der von aussen einwirkenden Kraft und erfolgt in der Richtung, in welcher diese Kraft einwirkt.

Unter Bewegung versteht Newton das, was in der neueren wissenschaftlichen Sprache Moment genannt und wobei die Quantität der bewegten Materie ebensowohl in Rechnung gezogen wird, wie die Geschwindigkeit, mit der sie sich fortbewegt.

Unter von aussen einwirkender Kraft versteht er das, was man jetzt Impuls nennt und wobei die Zeit, während welcher die Kraft wirkt, ebensowohl in Rechnung gezogen wird, wie die Intensität der Kraft.

Artikel XLV. Definition der Begriffe „gleiche Massen“ und „gleich Kräfte“.

Desshalb erfordert eine Erklärung des zweiten Gesetzes zunächst eine Bestimmung dessen, was man unter gleichen Quantitäten von Materie und unter gleichen Kräften zu verstehen hat.

Wir müssen hierzu die Annahme machen, dass es möglich ist, die Kraft, welche zwischen zwei Körpern wirkt, zu verschiedenen Malen in gleicher Intensität herzustellen.

Diese Annahme kann gemacht werden, sobald die

Digitized by Google

Permanenz der Eigenschaften der Körper zugegeben ist. Wir wissen, dass ein Kautschukstrang, der über eine gewisse Länge hinaus gestreckt wird, eine Spannung ausübt, welche mit der Verlängerung des Stranges wächst. Wegen dieser Eigenschaft nennt man den Strang elastisch. Wird derselbe Strang ein anderes Mal auf dieselbe Länge ausgezogen, so wird er, wenn seine Eigenschaften constant sind, dieselbe Spannung ausüben. Nun sei an dem einen Ende des Stranges ein Körper M befestigt, auf welchen keine andere Kraft wirkt, als die Spannung des Stranges. Das andere Ende des Stranges werde in der Hand gehalten und in einer constanten Richtung mit einer Kraft fortgezogen, welche gerade ausreicht, um ihn bis auf eine bestimmte Länge auszudehnen. Die Kraft, welche auf den Körper wirkt, wird dann von einer gegebenen Intensität F sein. Der Körper wird Geschwindigkeit annehmen, und nach Verlauf einer Zeiteinheit wird diese Geschwindigkeit einen bestimmten Werth V haben.

Wird derselbe Strang an einem anderen Körper N befestigt und wie im vorigen Falle ausgezogen, so dass seine Verlängerung ebenso viel beträgt, wie früher, dann ist auch die auf den Körper wirkende Kraft dieselbe, und wenn nun die Geschwindigkeit, welche dem Körper N in der Zeiteinheit mitgetheilt wird, auch dieselbe ist, nämlich V, dann sagen wir von den beiden Körpern M und N, dass sie aus gleichen Quantitäten von Materie bestehen, oder moderner, dass sie einander an Masse gleich sind. Auf diese Weise, mittelst eines elastischen Stranges, könnten wir die Massen von einer Anzahl von Körpern so herrichten, dass jede von ihnen der Masseneinheit irgend eines Systemes gleich wäre, z. B. einem Pfund Krämergewicht, welches die englische Masseneinheit ist.

Artikel XLVI. Maass der Masse.

Der wissenschaftliche Werth dieser dynamischen Methode zur Vergleichung von Quantitäten von Materie

Digitized by Google

tritt am deutlichsten hervor, wenn wir sie mit anderen Methoden vergleichen, die in wirklichem Gebrauche stehen.

So lange wir es ausschliesslich mit Körpern von ein und derselben Beschaffenheit zu thun haben, ist es durchaus nicht schwer zu erkennen, auf welche Weise die Quantität der Materie gemessen werden muss.

Wenn gleiche Mengen der Substanz immer gleiche Effecte hervorbringen, von welcher Art diese Effecte auch sein mögen, dann können wir diese Effecte als Maasse für die Quantität der Substanz verwenden.

Wenn wir z. B. mit Schwefelsäure von gleichmässigem Gehalte zu thun haben, so können wir die Quantität einer gegebenen Portion davon auf mehreren verschiedenen Wegen auswerthen. Wir können sie wägen, können sie in ein graduirtes Gefäss giessen und so ihr Volumen messen, oder wir können bestimmen, wie viel Normalkalilösung sie sättigt.

Wir können dieselben Methoden anwenden zur Auswerthung einer Quantität von Salpetersäure, wenn wir ausschliesslich mit Salpetersäure zu thun haben; wenn wir aber eine Quantität Salpetersäure mit einer Quantität Schwefelsäure vergleichen wollten, so würden wir verschiedene Resultate von der Wägung, Messung und Titrirung mit Kalilösung bekommen.

Denn von diesen drei Methoden hängt die der Wägung ab von der Anziehung zwischen der Säure und der Erde; die der Messung hängt von dem Volumen ab, das die Säure einnimmt, und die der Titrirung ist abhängig von der Verwandtschaft der Säure zum Kali.

In der abstracten Dynamik hingegen wird die Materie von dem einzigen Gesichtspunkte aus betrachtet, dass sie das ist, was durch die Einwirkung von Kraft seine Bewegung verändert. Demnach haben zwei Körper gleiche Massen, wenn gleiche Kräfte auf diese beiden Körper einwirkend in gleichen Zeiten gleiche Veränderungen der Geschwindigkeit hervorbringen. Dieses ist die einzige in der Dynamik zulässige Definition von

Digitized by Google

gleichen Massen, und sie ist auf alle materiellen Körper anwendbar, aus was immer diese bestehen mögen.

Es ist eine Thatsache der Beobachtung, dass Körper von gleicher Masse und in gleiche Lage zur Erde gebracht, in gleicher Weise gegen die Erde angezogen werden, aus welchen Stoffen sie auch bestehen mögen; aber dies ist nicht eine auf Axiome gegründete Lehre der abstracten Dynamik, sondern eine durch Beobachtung entdeckte Thatsache, von Newton durch sorgfältige Versuche verificirt, welche er über die Schwingungsdauer von hohlen hölzernen Kugeln anstellte, die an Fäden von gleicher Länge anfgehängt und mit Gold, Silber, Blei, Glas, Sand, Kochsalz, Holz, Wasser, Weizen angefüllt waren.

Doch ist die Thatsache, dass in derselben geographischen Lage die Gewichte gleicher Massen gleich sind, eine so feststehende, dass Massen nie, weder im Handel noch in der Wissenschaft, auf andere Art als durch Vergleichung ihrer Gewichte miteinander verglichen werden, ausgenommen lediglich bei jenen Untersuchungen, die den speciellen Zweck haben, das Gewicht der Masseneinheit an verschiedenen Punkten der Erdoberfläche in absolutem Maasse zu bestimmen. Die bei solchen Untersuchungen angewendete Methode ist im Wesen dieselbe, wie die Methode Newton's, nämlich Messung der Länge des Secundenpendels.

Die englische Masseneinheit ist durch Parlamentsacte vom 30. Juli 1855 festgesetzt als ein Stück Platina, welches den Stempel „P. S., 1844, 1 lb.“ trägt, in der Schatzkammer zu verwahren ist und „sein und heissen soll das Reichs-Einheits-Krämer-Pfund.“ Der siebentausendste Theil dieses Pfundes ist ein Gran. Die französische Masseneinheit ist das „Kilogramme des Archives“ und von Borda aus Platina hergestellt. Prof. Miller findet das Kilogramm gleich 15432·34874 Gran.

Digitized by Google

Artikel XLVII. Numerisches Maass der Kraft.

Die Krafteinheit ist diejenige Kraft, welche, wenn sie auf die Masseneinheit während der Zeiteinheit wirkt, die Einheit der Geschwindigkeit erzeugt.

So kann man das Gewicht eines Grammes, — das heisst so viel, wie: die Kraft, welche es fallen macht — bestimmen, indem man es frei fallen lässt. Am Ende der ersten Secunde wird seine Geschwindigkeit, vorausgesetzt, dass der Versuch in England angestellt wird, ungefähr 981 cm in der Secunde betragen. Demnach wird das Gewicht eines Grammes durch die Zahl 981 ausgedrückt, wenn Centimeter, Gramm und Secunde als Fundamentaleinheiten angenommen werden.

Es ist manchmal zweckmässig, eine Kraft mit dem Gewichte eines Körpers zu vergleichen und von einer Kraft von so und so viel Pfund oder Gramm Gewicht zu sprechen. Dies nennt man Gravitationsmaass. Aber man darf nicht vergessen, dass, obwohl ein Pfund oder ein Gramm überall ein und dasselbe bleibt, doch das Gewicht eines Pfundes oder eines Grammes in hohen Breitegraden grösser ist als nahe am Aequator; darum ist die Bemessung der Kraft nach Gravitationsmaass von keinem wissenschaftlichen Werthe, wenn nicht angegeben wird, an welchem Punkte der Erde die Messung vorgenommen worden ist.

Sind wie in Grossbritannien der Fuss, das Pfund und die Secunde die Einheiten der Länge, der Masse und der Zeit, dann ist diejenige Kraft die Krafteinheit, welche in einer Secunde einem Pfunde die Geschwindigkeit von einem Fuss in der Secunde ertheilen würde. Diese Krafteinheit heisst „Poundal“.

Nach dem französischen metrischen Systeme sind die Einheiten der Centimeter, das Gramm und die Secunde. Die Kraft, welche in einer Secunde einem Gramm die Geschwindigkeit von einem Centimeter in der Secunde ertheilen würde, heisst eine „Dyne“.

Digitized by Google

Da ein engl. Fuss gleich ist 30·4797 Centimetern und ein engl. Pfund gleich ist 453·59 Grammen, so ist ein „Poundal“ gleich 13825·38 „Dynen“.

Artikel XLVIII. Gleichzeitige Wirkung von Kräften auf einen Körper.

Nun lassen wir eine Krafteinheit während einer Zeiteinheit auf eine Masseneinheit wirken. Die Geschwindigkeit der Masse wird hierdurch verändert werden und die Gesammtbeschleunigung wird die Einheit sein und in der Richtung der Kraft erfolgen.

Die Grösse und Richtung dieser Gesammtbeschleunigung wird dieselbe sein, ob der Körper von vornherein in Ruhe oder in Bewegung war. Denn der Ausdruck „in Ruhe“ hat keine wissenschaftliche Bedeutung und der Ausdruck „in Bewegung“ hat eine vollkommen unbestimmte Bedeutung, wenn damit relative Bewegung gemeint ist; wenn jedoch absolute Bewegung darunter verstanden wird, so kann er sich nur auf ein den Raum erfüllendes in ihm festes Mittel beziehen. Das Streben nach der Entdeckung eines solchen Mittels und nach der Bestimmung von Geschwindigkeit in Beziehung auf dasselbe, vermittelst der Beobachtungen über die Bewegung von Körpern, ist ein vollkommen wissenschaftliches; aber vorausgesetzt, alles dieses wäre gelungen, dann hätten wir nicht einen Irrthum in unseren Gesetzen der Bewegung, sondern eine neue Thatsache in der Wissenschaft entdeckt.

Demnach hängt der Effect einer gegebenen Kraft auf einen Körper nicht von der Bewegung ab, die der Körper schon hat.

Ebenso wenig wird dieser Effect beeinflusst durch die gleichzeitige Wirkung anderer Kräfte auf denselben Körper. Denn der Effect dieser anderen Kräfte auf den Körper besteht ja in weiter nichts, als in der Hervorbringung von Bewegung des Körpers, und diese beeinflusst die von der ersten Kraft hervorgebrachte Beschleunigung nicht.

Digitized by Google

Wir gelangen hierdurch zu folgendem Ausdrucke für das Gesetz. Wenn eine beliebige Anzahl von Kräften auf einen Körper wirken, so ist die Beschleunigung, welche jede einzelne Kraft an ihm hervorbringt, dieselbe an Richtung und Grösse, wie wenn die anderen Kräfte nicht auf ihn wirkten.

Wenn eine an Richtung und Grösse constante Kraft auf einen Körper wirkt, so ist die erzielte Gesammtbeschleunigung proportional der Zeit, während welcher die Kraft auf ihn wirkt.

Denn wenn die Kraft in einem gegebenen Zeitintervalle eine bestimmte Gesammtbeschleunigung hervorbringt, so wird sie im nächsten, eben so grossen Intervalle eine eben so grosse Gesammtbeschleunigung hervorbringen, da der Effect einer Kraft nicht von der Geschwindigkeit abhängt, die der Körper schon hat, wenn die Kraft auf ihn wirkt. Also wird in jedem gleichen Zeitintervalle eine gleiche Geschwindigkeitsänderung eintreten, und die gesammte Geschwindigkeitsänderung seit Beginn der Einwirkung der Kraft wird der Dauer der Einwirkung der Kraft proportional sein.

Die Gesammtbeschleunigung in einer gegebenen Zeit ist proportional der Kraft.

Denn wenn mehrere gleiche Kräfte in derselben Richtung auf denselben Körper wirken, so bringt jede ihren Effect unabhängig von den anderen hervor. Also ist die Gesammtbeschleunigung proportional der Anzahl der gleichen Kräfte.

Artikel XLIX. Impuls.

Der Gesammteffect einer Kraft auf einen Körper beim Ertheilen von Geschwindigkeit an ihn ist also proportional der Kraft und der Zeit, während welcher die Kraft ununterbrochen wirkt.

Das Product der Zeitdauer der Einwirkung einer Kraft in ihre Intensität, wenn diese constant ist, oder

Digitized by Google

in ihre mittlere Intensität, wenn sie variabel ist, wird der Impuls der Kraft genannt.

In gewissen Fällen wirkt eine Kraft nur während einer so kurzen Zeit, dass es schwer ist, entweder ihre Intensität oder die Zeit, während welcher sie wirkt, zu bewerthen. Aber es ist verhältnissmässig leicht, den Effect der Kraft zu messen, nämlich die Bewegungsänderung, welche sie an dem Körper hervorbringt, und diese hängt, wie wir gesehen haben, vom Impuls ab.

Das Wort Impuls wurde ursprünglich gebraucht, um den Effect einer Kraft von kurzer Dauer zu bezeichnen, z. B. den eines Schlages mit dem Hammer auf einen Nagel. Der Unterschied zwischen einem solchen Falle und irgend einem anderen Falle von Wirkung einer Kraft ist jedoch kein wesentlicher; wir werden desshalb das Wort Impuls so gebrauchen, wie es oben definirt wurde, ohne die Beschränkung auf Fälle, in welchen die Wirkung einen besonders transitorischen Charakter hat.

Artikel L. Beziehung zwischen Kraft und Masse.

Wenn eine Kraft auf eine Masseneinheit während eines gegebenen Zeitintervalles wirkt, so wird der Impuls, wie wir gesehen haben, durch die erzeugte Geschwindigkeit gemessen.

Wenn eine Anzahl von gleichen Kräften, alle in derselben Richtung, jede auf eine Masseneinheit wirkten, so werden sich alle Massen in derselben Weise bewegen und können miteinander zu einem einzigen Körper verbunden werden, ohne dass die Erscheinung irgend verändert würde. Die Geschwindigkeit dieses Körpers ist gleich der, welche eine solche Kraft durch ihre Wirkung auf eine Masseneinheit hervorbringt.

Also ist die Kraft, welche erfordert wird, um an einem Körper eine gegebene Geschwindigkeitsänderung in einer gegebenen Zeit hervorzubringen, proportional der Anzahl der Masseneinheiten, aus welchen der Körper besteht.

Digitized by Google

Artikel LI. Moment.

Das numerische Maass des Momentes eines Körpers ist das Product der Anzahl von Masseneinheiten, die der Körper enthält, in die Anzahl von Einheiten der Geschwindigkeit, mit der er sich bewegt.

Demnach ist das Moment einer Masseneinheit, welche sich mit der Einheit der Geschwindigkeit bewegt, die Grösse, nach welcher das Moment eines Körpers gemessen wird; diese Grösse ist also die Einheit des Momentes.

Die Richtung des Momentes ist dieselbe wie die der Geschwindigkeit, und da die Geschwindigkeit nur in Beziehung auf irgend einen Vergleichspunkt bewerthet werden kann, so hängt auch der Werth des Momentes in jedem einzelnen Falle von der Wahl des Vergleichspunktes ab. Das Moment des Mondes z. B. ist ein anderes, wenn wir es auf die Erde, und ein anderes, wenn wir es auf die Sonne als Vergleichspunkt beziehen.

Artikel LII. Formulirung des zweiten Gesetzes der Bewegung mittels der Begriffe: Impuls und Moment.

Die Veränderung des Momentes eines Körpers ist numerisch gleich dem Impuls, durch welchen sie hervorgebracht wird, und stimmt in ihrer Richtung mit dem Impulse überein.

Artikel LIII. Addition von Kräften.

Wenn eine Anzahl von Kräften gleichzeitig auf einen Körper wirken, so bringt jede Kraft eine ihrer eigenen Grösse proportionale Beschleunigung hervor (Artikel XLVI). Ziehen wir also in dem Diagramm der Beschleunigungen (Artikel XXXIV) von irgend einem Ursprunge aus eine Linie, welche in Richtung und Grösse die von einer der Kräfte herrührende Beschleunigung darstellt, und

Digitized by Google

von dem Endpunkte dieser Linie aus eine zweite, welche ebenso die von einer anderen unter den wirkenden Kräften herrührende Beschleunigung darstellt, und so fort eine Linie für jede der Kräfte in beliebiger Reihenfolge; dann stellt eine Linie, welche den Ursprung der ersten mit dem Endpunkte der letzten Linie verbindet, die Beschleunigung dar, welche von der vereinigten Wirkung aller Kräfte herrührt. Da in diesem Diagramm Linien, welche Beschleunigungen darstellen, proportional den Kräften sind, von welchen diese Beschleunigungen herrühren, so können wir jene Linien auch als Darstellungen der Kräfte selbst ansehen. So aufgefasst mag das Diagramm ein Diagramm der Kräfte heissen. Die Linie vom Ursprunge zum Endpunkte der Reihe stellt die resultirende Kraft dar.

Ein wichtiger Fall ist der, in welchem die Aufeinanderfolge von Linien, welche die Kräfte darstellen, im Ursprunge endigt und so eine geschlossene Figur bildet. In diesem Falle ist keine resultirende Kraft vorhanden und keine Beschleunigung. Die Effecte der Kräfte heben einander gerade auf und der Fall ist ein Gleichgewichtsfall. Die Discussion von Gleichgewichtsfällen bildet den Gegenstand der Statik.

Da die Kräfte eines solchen Systemes einander vollständig aufheben, und das ganze System von Kräften äquivalent ist keiner Kraft, so werden die Kräfte offenbar auch dann im Gleichgewichte bleiben, wenn sie in gleicher Weise auf irgend ein anderes materielles System wirken, welches immer die Masse dieses Systemes sein mag. Dies ist der Grund, warum die Masse in statischen Untersuchungen gar nicht berücksichtigt wird.

Artikel LIV. Das dritte Gesetz der Bewegung.

3. Gesetz. Die Rückwirkung ist immer gleich und entgegengesetzt der Wirkung, das heisst: die Wirkungen zweier Körper auf einander sind einander immer gleich und haben entgegengesetzte Richtungen.

Digitized by Google

Wenn auf die beiden Körper, zwischen welchen die Wirkung stattfindet, von keiner anderen Kraft gewirkt wird, so sind die durch jene Wirkung hervorgebrachten Veränderungen ihrer Momente gleich und in der Richtung entgegengesetzt.

Die Veränderungen in den Geschwindigkeiten der beiden Körper sind einander auch in der Richtung entgegengesetzt, aber nicht gleich, ausgenommen im Falle gleicher Massen. In allen anderen Fällen verhalten sich die Veränderungen der Geschwindigkeiten verkehrt wie die Massen.

Artikel LV. Wirkung und Rückwirkung sind die partiellen Erscheinungsweisen einer dynamischen Einwirkung.

Wir haben den Ausdruck dynamische Einwirkung schon (Artikel XXXVII) angewendet, um die gegenseitige Einwirkung zwischen zwei materiellen Theilen zu bezeichnen. Dieses Wort[1]) ist der Sprache des gemeinen Lebens entlehnt und es wurde demselben von Prof. Rankine, der noch mehrere nützliche wissenschaftliche Ausdrücke geschaffen hat, eine ganz bestimmte wissenschaftliche Bedeutung unterlegt.

Sobald wir uns die Vorstellung einer dynamischen Einwirkung — etwa der Spannung eines Seiles oder des Druckes zwischen zwei Körpern — gebildet und ihre zweifache Erscheinungsweise je nach den zwei materiellen Theilen, zwischen denen sie stattfindet, erkannt haben, sehen wir, dass das dritte Bewegungsgesetz gleichbedeutend ist mit der Aufstellung: dass jede Kraft von der Beschaffenheit dieser sogenannten dynamischen Einwirkung ist, dass dynamische Einwirkung nur zwischen zwei materiellen Theilen besteht, und dass ihre Effecte auf diese materiellen Theile (gemessen durch das in einer gegebenen Zeit erzeugte Moment) gleich und entgegengesetzt sind.

---

[1]) „stress“ (Anm. d. Uebers.).

Digitized by Google

Die dynamische Einwirkung wird numerisch durch die auf einen der beiden materiellen Theile ausgeübte Kraft gemessen. Sie wird im Besonderen Spannung genannt, wenn die auf jeden der Theile wirkende Kraft gegen den anderen hin gerichtet ist, dagegen wird sie Druck genannt, wenn die auf jeden der Theile wirkende Kraft von dem anderen weg gerichtet ist.

Ist die Kraft geneigt gegen die Oberfläche, welche die zwei materiellen Theile trennt, so lässt sie sich durch keinen Ausdruck der gewöhnlichen Sprache bezeichnen, sondern muss durch die Mittel der Mathematik definirt werden.

Wird eine Spannung zwischen zwei Körpern durch Vermittlung eines Stranges hergestellt, so ist die dynamische Einwirkung genau genommen vorhanden zwischen je zwei Theilen, in die der Strang durch einen Schnitt oder eine transversale Zwischenfläche getheilt gedacht werden kann. Vernachlässigen wir aber das Gewicht des Stranges, so ist jeder seiner Theile im Gleichgewichte unter dem Einflusse der Spannungen an seinen Enden, so dass die Spannungen an je zwei queren Zwischenflächen dieselben sein müssen. Aus diesem Grunde sprechen wir oft von der Spannung des Stranges als eines Ganzen, ohne Specificirung irgend eines besonderen Querschnittes desselben, und sprechen auch von der Spannung zwischen den beiden Körpern, ohne die Beschaffenheit des Stranges, durch welchen hindurch die Spannung ausgeübt wird, in Betracht zu ziehen.

Artikel LVI. Anziehung und Abstossung.

Es giebt andere Fälle, in denen zwei Körper, die durch eine Entfernung von einander getrennt sind, auf einander gegenseitig einwirkend erscheinen, obwohl wir nicht im Stande sind, einen der zwischenliegenden Körper, wie den Strang im vorhergehenden Falle, zu entdecken, durch welchen hindurch die Wirkung stattfindet. So z. B. sehen wir, dass zwei Magnete oder zwei electrisirte Körper noch aus beträchtlichen Entfernungen auf einander

Digitized by Google

wirken, und die Beobachtung lehrt, dass die Bewegungen der Himmelskörper durch etwas beeinflusst werden, was von ihrer gegenseitigen Lage abhängt.

Diese gegenseitige Wirkung zwischen von einander entfernten Körpern heisst Anziehung, wenn sie die Körper einander näher zu bringen strebt, und Abstossung, wenn sie die Körper von einander zu entfernen strebt.

In allen Fällen jedoch sind Wirkung und Rückwirkung zwischen den Körpern einander gleich und entgegengesetzt.

Artikel LVII. Das dritte Gesetz der Bewegung, giltig für Fernwirkungen.

Die Thatsache, dass ein Magnet Eisen anzieht, wurde schon von den Alten bemerkt, aber sie schenkten der Kraft, mit der das Eisen den Magnet anzieht, keine Beachtung. Newton legte einen Magnet in ein Gefäss und ein Stück Eisen in ein anderes, liess dann beide Gefässe so im Wasser schwimmen, dass sie einander berührten, und zeigte experimentell, da keines der Gefässe im Stande war, das andere durch's Wasser vor sich her zu treiben, dass die Anziehung des Eisens auf den Magnet gleich und entgegengesetzt der des Magnetes auf das Eisen sein muss, indem beide dem Drucke zwischen den Gefässen gleich sind.

Newton geht nun, nachdem er diese experimentelle Illustration gegeben hat, daran, die Consequenzen aus der Verneinung dieses Gesetzes zu ziehen. Wenn z. B. die Anziehung eines Theiles der Erde, sagen wir eines Berges, auf die übrige Erde grösser oder geringer wäre, als die der übrigen Erde auf den Berg, so würde eine Kraft überbleiben, welche auf das System von Erde und Berg als auf ein Ganzes wirken und es veranlassen würde, sich mit immer wachsender Geschwindigkeit durch den unendlichen Raum fortzubewegen.

Digitized by Google

Artikel LVIII. Newton's Beweis — kein experimenteller.

Das widerspricht dem ersten Gesetze der Bewegung, welches sagt, dass kein Körper seinen Bewegungszustand ändert, ausser wenn eine äussere Kraft auf ihn einwirkt. Aber man kann nicht sagen, dass es der Erfahrung widerspricht, denn der Effect einer Ungleichheit zwischen der Anziehung des Berges durch die Erde und der Anziehung der Erde durch den Berg wäre derselbe, wie der Effect einer der Differenz dieser Anziehungen gleichen Kraft, welche in der Richtung der Verbindungslinie zwischen Erdmittelpunkt und Berg wirkte.

Befände sich der Berg am Aequator, so würde er bewirken, dass die Erde um eine Axe rotirt, die derjenigen, um welche sie sonst rotiren würde, parallel ist, aber nicht genau durch den Mittelpunkt der Erdmasse hindurchgeht.

Befände sich der Berg an einem der Pole, so würde die constante Kraft zwischen ihm und der Erde parallel der Erdaxe wirken und veranlassen, dass die Erdbahn allmälig nach der Nord- oder nach der Südseite einer Ebene verschoben würde, die durch den Massenmittelpunkt der Sonne geht.

Befände sich der Berg an irgend einem anderen Theile der Erdoberfläche, so wäre der Effect zum Theil von der ersten, zum Theil von der zweiten Art.

Keiner dieser Effecte, wenn sie nicht sehr beträchtlich gross wären, liesse sich durch directe astronomische Beobachtung entdecken, während die indirecte Methode zur Entdeckung geringer Kräfte, welche auf der durch die letzteren hervorgebrachten allmäligen Veränderung der Elemente einer Planetenbahn beruht, voraus setzt, dass das Gravitationsgesetz als richtig bekannt ist. Die Gesetze der Bewegung durch das Gesetz der Schwere beweisen, wäre aber eine Umkehrung der wissenschaftlichen Ordnung. Man könnte eben so gut das Gesetz für die Addition von Zahlen mittels Differentialrechnung ableiten.

Digitized by Google

Wir können somit Newton's Aufstellung nicht für eine Berufung auf die Erfahrung und die Beobachtung, sondern müssen dieselbe vielmehr für eine Ableitung des dritten Bewegungsgesetzes aus dem ersten ansehen.

Viertes Capitel.

Von den Eigenschaften des Mittelpunktes der Masse eines materiellen Systemes.

Artikel LIX. Definition von Massen-Vector.

Wir haben gesehen, dass ein Vector die Operation des Hinführens eines beschreibenden Punktes von einem gegebenen Ursprunge zu einem gegebenen Punkte hin bedeutet.

Nun wollen wir einen Massen-Vector definiren, als die Operation des Hinführens einer gegebenen Masse vom Ursprunge bis an einen gegebenen Punkt. Die Richtung des Massen-Vectors ist dieselbe wie die des Vectors der Masse, aber seine Grösse ist das Product aus der Masse in den Vector der Masse.

Wenn also $\overline{OA}$ der Vector der Masse A ist, so ist $\overline{OA}.A$ der Massen-Vector.

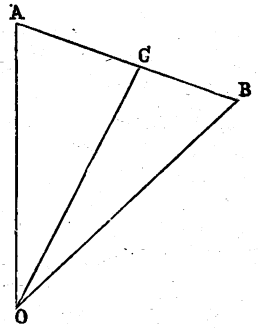
Artikel LX. Mittelpunkt der Masse zweier Partikeln.

Sind A und B zwei Massen und wird ein Punkt C in der geraden Linie $\overline{AB}$ so angenommen, dass sich $\overline{BC}$ zu $\overline{CA}$ verhält wie A zu B, dann ist der Massen-Vector

Digitized by Google

einer in C befindlichen Masse $A + B$ gleich der Summe der Massen-Vectoren von A und B.

Fig. 7.



Denn

$$\overline{OA}.A + \overline{OB}.B = (\overline{OC} + \overline{CA})A + (\overline{OC} + \overline{CB})B$$
$$= \overline{OC}(A + B) + \overline{CA}.A + \overline{CB}.B.$$

Nun sind aber die Massen-Vectoren $\overline{CA}.A$ und $\overline{CB}.B$ gleich und entgegengesetzt, heben einander also auf, so dass $\overline{OA}.A + \overline{OB}.B = \overline{OC}(A + B)$; das heisst: der Punkt C hat die Eigenschaft, dass, wenn die Massen A und B in ihm concentrirt wären, ihr Massenvector von irgend einem Ursprunge O derselbe sein würde, wie wenn A und B sich in ihren wirklichen Lagen befinden. Der Punkt C wird der Massen-Mittelpunkt von A und B genannt.

Artikel LXI. Massen-Mittelpunkt eines Systemes.

Besteht das System aus einer beliebigen Anzahl von Partikeln, so beginnen wir mit der Bestimmung des Massen-Mittelpunktes von irgend zwei Partikeln und substituiren für diese zwei Partikeln ein Partikel, dessen Masse der Summe ihrer Massen gleich ist und das sich in ihrem Massen-Mittelpunkte befindet. Dann suchen

Digitized by Google

wir den Massen-Mittelpunkt von diesem Partikel und einem dritten Partikel des Systemes und versetzen in diesen Punkt die Summe der Massen aller drei Partikeln und so fort, bis wir den Massen-Mittelpunkt des ganzen Systemes gefunden haben.

Der Massen-Vector, der von irgend einem Ursprunge zu einer Masse gezogen wird, welche der Masse des ganzen Systemes gleich ist und sich im Massen-Mittelpunkte des Systemes befindet, ist gleich der Summe der Massen-Vectoren, die von demselben Ursprunge zu sämmtlichen Partikeln des Systemes gezogen werden.

Aus dem Beweise in Artikel LX folgt, dass der durch jene Construction gefundene Punkt der eben ausgesprochenen Bedingung genügt. Aus dieser Bedingung selbst geht schon hervor, dass ihr nur ein Punkt genügen kann. Daher muss die Construction zu demselben Resultate bezüglich der Lage des Massen-Mittelpunktes führen, in welcher Reihenfolge auch die Partikeln des Systemes combinirt wurden.

Der Massen-Mittelpunkt ist demnach ein bestimmter Punkt in dem Diagramm der Configuration des Systemes. Indem wir also in den Diagrammen der Dislocation, der Geschwindigkeit, der Gesammtbeschleunigung und des Grades der Beschleunigung den einzelnen Punkten die Massen der Körper beifügen, denen sie entsprechen, können wir in jedem dieser Diagramme einen Punkt finden, welcher dem Massen-Mittelpunkte entspricht und also die Dislocation, die Geschwindigkeit, die Gesammt-Beschleunigung und den Grad der Beschleunigung des Massen-Mittelpunktes anzeigt.

Artikel LXII. Das Moment, dargestellt durch den Grad[1]) der Veränderung eines Massen-Vectors.

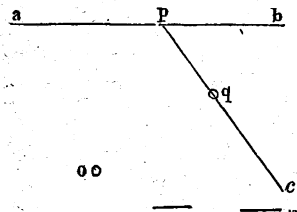
Wenn in dem Diagramm der Geschwindigkeiten die Punkte o, a, b, c den Geschwindigkeiten des Ursprunges

[1]) Die Rapidität. (Anmerk. d. Uebers.)

Digitized by Google

O und der Körper A, B, C entsprechen, wenn ferner p der Massen-Mittelpunkt von A in a und B in b, und q der Massen-Mittelpunkt von $A + B$ in p und C in c ist, dann ist q der Massen-Mittelpunkt des Systemes der Körper A, B, C in a, b, c.

Fig. 8.



Die Geschwindigkeit von A in Beziehung auf O wird durch den Vector $\overline{oa}$ ausgedrückt, die von B und C durch $\overline{ob}$ und $\overline{oc}$. $\overline{op}$ ist die Geschwindigkeit des Massen-Mittelpunktes von A und B und $\overline{oq}$ die Geschwindigkeit des Massen-Mittelpunktes von A, B und C in Bezug auf O.

Das Moment von A in Bezug auf O ist das Product der Geschwindigkeit in die Masse, also $\overline{oa} . A$, also das, was wir schon Massen-Vector (gezogen von o zu der Masse A in a) genannt haben. Auf gleiche Weise ist das Moment eines jeden anderen Körpers der Massen-Vector, der von o zu demjenigen Punkte in dem Diagramm der Geschwindigkeit gezogen wird, welcher dem Körper entspricht, und das Moment der im Massen-Mittelpunkt vereinigten Masse des Systems ist der Massen-Vector, der von o zu der Gesammt-Masse in q gezogen wird.

Da also ein Massen-Vector in dem Diagramm der Geschwindigkeiten das ist, was wir früher als Moment definirt haben, so lässt sich die in Artikel LXI bewiesene Eigenschaft mit Benutzung des Begriffes der Momente folgendermaassen ausdrücken:

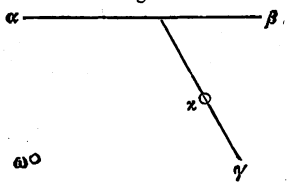
Das Moment einer Masse, die der des ganzen Systemes gleich ist und die sich mit der Geschwindigkeit des Massen-Mittelpunktes des Systemes bewegt, ist an Grösse gleich und in der Richtung parallel der Summe der Momente sämmtlicher Partikeln des Systemes.

Digitized by Google

Artikel LXIII. Effect äusserer Kräfte auf die Bewegung des Massen-Mittelpunktes.

In dem Diagramm der Gesammtbeschleunigung stellen die von dem Ursprunge ω gezogenen Vectoren $\overline{\omega\alpha}$, $\overline{\omega\beta}$ die Veränderungen der Geschwindigkeiten der Körper A, B etc. während eines bestimmten Zeitintervalles dar. Die entsprechenden Massen-Vectoren, $\overline{\omega\alpha}.A$, $\overline{\omega\beta}.B$ etc. stellen die entsprechenden Veränderungen des Momentes, oder, nach dem zweiten Gesetze der Bewegung, die Impulse der Kräfte dar, welche während jenes Zeitintervalles auf diese Körper wirken.

Fig. 9.



Ist $\varkappa$ der Massen-Mittelpunkt des Systemes, so ist $\overline{\omega\varkappa}$ die Veränderung der Geschwindigkeit der im Massenmittelpunkte vereinigten Masse während des Zeitintervalles, und $\overline{\omega\varkappa}(A+B+C)$ das in dieser Masse erzeugte Moment. Nach Artikel LXI ist also die Veränderung des Momentes der im Massen-Mittelpunkte vereinigten Masse des ganzen Systemes gleich der Summe der Veränderungen der Momente aller einzelnen Körper des Systemes.

Dem zweiten Bewegungsgesetze zufolge können wir dieses Resultat in folgender Form aussprechen:

Der Effect der auf die verschiedenen Körper des Systemes wirkenden Kräfte auf die Bewegung des Massen-Mittelpunktes des Systemes ist derselbe, wie wenn alle diese Kräfte auf eine Masse wirken, die der Gesammt-Masse des Systemes gleich ist und in dessen Massen-Mittelpunkte liegt.

Digitized by Google

Artikel LXIV. Die Bewegung des Massen-Mittelpunktes eines Systemes wird durch die Wirkung der Theile des Systemes auf einander nicht beeinflusst.

Denn wenn zwischen zwei Theilen des Systems, z. B. zwischen A und B eine Wirkung besteht, so ist die Wirkung von A auf B nach dem dritten Bewegungsgesetze immer gleich und entgegengesetzt der Rückwirkung von B auf A. Das durch die Wirkung von A während eines Intervalles in B erzeugte Moment ist desshalb gleich und entgegengesetzt dem durch die Rückwirkung von B während desselben Intervalls in A erzeugten Moment, und die Bewegung des Massen-Mittelpunktes von A und B wird durch ihre Wirkung auf einander nicht beeinflusst.

Wir können das im vorhergehenden Artikel ausgesprochene Resultat auf diesen Fall anwenden und sagen: Da die aus der gegenseitigen Wirkung von A und B entspringenden Kräfte gleich und entgegengesetzt sind, da ferner der Effect dieser Kräfte auf die Bewegung des Massen-Mittelpunktes des ganzen Systemes derselbe ist, wie wenn sie auf ein Partikel, dessen Masse gleich der des ganzen Systemes ist, wirkten, und da endlich der Effect zweier gleicher und einander entgegengesetzter Kräfte Null ist: so wird auch die Bewegung des Massen-Mittelpunktes des ganzen Systemes nicht beeinflusst.

Artikel LXV. Erstes und zweites Bewegungsgesetz.

Dies ist ein sehr wichtiger Satz. Er ermöglicht eine präcisere Fassung des ersten und zweiten Bewegungsgesetzes durch die Definition, dass unter der Geschwindigkeit eines Körpers die Geschwindigkeit seines Massen-Mittelpunktes verstanden ist. Der Körper mag rotiren, er mag aus Theilen bestehen, die Veränderungen ihrer Configuration eingehen können, so dass die

Digitized by Google

Bewegungen verschiedener Theile verschieden werden — wir können die Bewegungsgesetze immer in folgender Form aussprechen:

1. Gesetz. Der Massen-Mittelpunkt des Systemes verharrt in seinem Zustande von Ruhe oder von gleichförmiger, geradliniger Bewegung, ausser wenn er durch Kräfte, welche von aussen auf das System wirken, zu einer Veränderung dieses Zustandes veranlasst wird.

2. Gesetz. Die Veränderung des Momentes des Systemes während eines Zeitintervalles wird durch die Summe der Impulse äusserer Kräfte während des Intervalles gemessen.

Artikel LXVI. Methode der Behandlung von Molekel-Systemen.

Wenn das System aus Theilen besteht, die so klein sind, dass wir sie nicht wahrnehmen können, und deren Bewegungen so rasch und so veränderlich sind, dass wir sie nicht beschreiben könnten, selbst wenn sie wahrnehmbar wären, so sind wir doch im Stande, uns mit der Bewegung des Massen-Mittelpunktes eines solchen Systemes zu beschäftigen, da die inneren Kräfte, welche die Bewegungs-Veränderung der Theile veranlassen, ohne Einfluss auf die Bewegung des Massen-Mittelpunktes sind.

Artikel LXVII. Durch Einführung des Begriffes der Masse gehen wir von Punkt-Vectoren, Punkt-Dislocationen, Geschwindigkeiten, Gesammt-Beschleunigungen und Graden von Beschleunigung über zu Massen-Vectoren, Massen-Dislocationen, Momenten, Impulsen und lebendigen Kräften.

In dem Diagramm der Grade der Beschleunigung (Fig. 9, Artikel LXIII) stellen die vom Ursprunge gezogenen Vectoren $\overline{\omega\alpha}$, $\overline{\omega\beta}$ die Grade der Beschleunigung der Körper A, B etc. in einem gegebenen Momente in Bezug auf den Grad der Beschleunigung des Ursprunges dar.

Digitized by Google

Die entsprechenden Massen-Vectoren $\overline{\omega\alpha}.A$, $\overline{\omega\beta}.B$ etc. stellen die auf die Körper A, B etc. wirkenden Kräfte dar.

Wir sprechen zuweilen von mehreren auf einen Körper wirkenden Kräften, wenn nämlich die auf den Körper wirkende Kraft von mehreren verschiedenen Ursachen herstammt, so dass wir natürlicher Weise die Theile der Kraft ansehen als von jenen verschiedenen Ursachen gesondert ausgehend.

Wenn wir aber die Kraft betrachten, nicht mit Hinblick auf ihre Ursachen, sondern in Rücksicht auf ihren Effect — die Veränderung der Bewegung eines Körpers — dann sprechen wir nicht von Kräften, sondern von der Kraft, die auf den Körper wirkt, und diese Kraft wird gemessen durch den Grad[1]) der Veränderung des Momentes des Körpers und wird dargestellt durch den Massen-Vector im Diagramm der Grade der Beschleunigung.

Auf diese Weise gelangen wir zu einer Reihe verschiedenartiger Massen-Vectoren, welche einer bereits abgehandelten Reihe von Vectoren entspricht.

Wir haben zunächst ein System von Massen-Vectoren mit einem gemeinschaftlichen Ursprunge, das wir ansehen können als Methode zur Bezeichnung der Vertheilung von Masse in einem materiellen Systeme, gerade so, wie das entsprechende System von Vectoren die geometrische Configuration des Systemes anzeigt.

Durch Vergleichung der Vertheilung von Masse zu zwei verschiedenen Epochen erhalten wir dann ein System von Massen-Vectoren der Dislocation.

Der Grad (die Rapidität) der Massen-Dislocation ist Moment, sowie die Rapidität der Dislocation Geschwindigkeit ist.

Die Veränderung des Momentes (das, um was es sich verändert hat) ist Impuls, wie die Veränderung der Geschwindigkeit Gesammtbeschleunigung ist.

Der Grad (die Rapidität) der Veränderung des Momentes ist lebendige Kraft, so wie der Grad der Ver-

---

[1]) Die Rapidität. (Anmerk. d. Uebers.)

Digitized by Google

änderung der Geschwindigkeit der Grad der Beschleunigung ist.

Artikel LXVIII. Definition von Massen-Area.

Bewegt sich ein materielles Partikel von einem Punkte zu einem anderen, so nennt man das Doppelte des von dem Vector des Partikels bestrichenen Flächenraumes multiplicirt mit der Masse des Partikels die Massen-Area der Dislocation des Partikels in Beziehung auf den Ursprung, von dem aus der Vector gezogen wurde.

Ist der bestrichene Flächenraum eine Ebene, so ist die Richtung der Massen-Area[1]) normal zur Ebene und dadurch bestimmt, dass, wenn man in positiver Richtung längs der Normalen hinblickt, die Bewegung des Partikels um die Area gleichsinnig mit der Bewegung der Zeiger einer Uhr erscheint.

Ist der bestrichene Flächenraum keine Ebene, so muss die Bahn des Partikels in so kleine Theile zerlegt werden, dass jeder einzelne merklich mit einer geraden Linie zusammenfällt, und die diesen Theilen entsprechenden Massen-Area's müssen dann nach der Regel für die Addition von Vectoren addirt werden.

Artikel LXIX. Winkel-Moment.

Der Grad der Veränderung[2]) einer Massen-Area ist das doppelte Product aus der Masse des Partikels in ein Dreieck, dessen Spitze der Ursprung, und dessen Basis die Geschwindigkeit des Partikels ist, gemessen längs einer Linie, die durch das Partikel geht und die Richtung seiner Bewegung hat. Die Richtung dieser Massen-Area wird durch eine nach der oben gegebenen Regel gezogene Normale angezeigt.

---

[1]) welche durch eine Linie dargestellt wird (Anmerk. d. Uebers.)

[2]) die Rapidität der Veränderung, oder die in der Zeiteinheit eintretende Veränderung (Anmerk. d. Uebers.)

Digitized by Google

Der Grad der Veränderung der Massen-Area eines Partikels heisst das Winkel-Moment des Partikels um den Ursprung, und die Summe der Winkel-Momente aller Partikeln heisst das Winkel-Moment des Systemes um den Ursprung.

Das Winkel-Moment eines materiellen Systemes in Beziehung auf einen Punkt ist demnach eine Grösse, die sowohl eine bestimmte Richtung, als auch einen bestimmten Betrag hat.

Die Definition des Winkel-Momentes eines Partikels um einen Punkt kann in etwas anderer Weise gegeben werden, nämlich als: Das Product des Momentes dieses Partikels in Bezug auf diesen Punkt in die Senkrechte aus dem Punkte auf die Bewegungsrichtung, die das Partikel in diesem Augenblicke hat.

Artikel LXX. Moment einer Kraft um einen Punkt.

Der Grad des Wachsthums des Winkel-Momentes eines Partikels ist das Product des Grades der Beschleunigung der Geschwindigkeit des Partikels in seine Masse in die Senkrechte aus dem Ursprunge auf eine Linie, welche durch das Partikel geht und die Richtung der Beschleunigung hat. Es ist mit anderen Worten das Product der lebendigen Kraft, die auf das Partikel wirkt, in die Senkrechte aus dem Ursprunge auf die Richtung dieser Kraft.

Nun wird das Product einer Kraft in die Senkrechte aus dem Ursprunge auf die Richtung, in der sie wirkt, das Moment der Kraft um den Ursprung genannt. Die Axe des Momentes, welche seine Richtung anzeigt, ist ein Vector, der senkrecht auf die Ebene der Kraft und des Ursprungs in der Richtung gezogen wird, dass, wenn man längs dieser Linie in der Richtung, in der sie gezogen wurde, hinblickt, die Kraft das Partikel um den Ursprung im Sinne der Uhrzeiger zu bewegen sucht.

Demnach wird der Grad der Veränderung des Winkel-Momentes eines Partikels um den Ursprung gemessen

Digitized by Google

durch das Moment der Kraft, welche auf das Partikel wirkt, um den Ursprung.

Der Grad der Veränderung des Winkel-Momentes eines materiellen Systemes um den Ursprung wird in gleicher Weise durch die geometrische Summe der Momente der Kräfte, welche auf die Partikeln des Systemes wirken, gemessen.

Artikel LXXI. Erhaltung des Winkel-Momentes.

Betrachten wir nunmehr irgend zwei Partikeln des Systemes. Die aus der Wirkung der beiden Partikeln herstammenden Kräfte sind gleich, wirken in derselben geraden Linie, aber in entgegengesetzter Richtung. Deshalb haben die Momente dieser Kräfte um irgend einen Punkt als Ursprung gleiche Grösse, dieselbe Axe und entgegengesetzte Richtungen. Die Summe dieser Momente ist daher Null. In gleicher Weise besteht die gegenseitige Wirkung zwischen je zwei anderen Partikeln des Systemes aus zwei Kräften, von deren Momenten die Summe Null ist.

Demnach beeinflusst die gegenseitige Wirkung zwischen den Körpern eines materiellen Systemes die geometrische Summe der Momente der Kräfte nicht. Die Kräfte, die also bei Bildung der geometrischen Summe der Momente in Betracht gezogen werden müssen, sind bloss die äusseren, das heisst solche Kräfte, welche zwischen dem ganzen Systeme oder Theilen desselben und Körpern wirken, die nicht zum Systeme gehören.

Der Grad der Veränderung des Winkel-Momentes des Systemes wird daher durch die geometrische Summe der Momente der von aussen auf das System wirkenden Kräfte gemessen.

Gehen die Richtungen aller äusseren Kräfte durch den Ursprung, so sind ihre Momente gleich Null, und das Winkel-Moment des Systemes ist constant.

Während ein Planet seine Bahn um die Sonne beschreibt, geht die Richtung der gegenseitigen Wirkung der beiden Körper immer durch ihren gemeinsamen

Digitized by Google

Massen-Mittelpunkt. Demzufolge ist das Winkel-Moment eines jeden von den beiden Körpern um den gemeinsamen Massen-Mittelpunkt constant, so lange bloss diese beiden Körper berücksichtigt werden; es kann indessen immerhin durch die Wirkung anderer Planeten beeinflusst werden. Wenn wir aber alle Planeten in das System einschliessen, dann bleibt die geometrische Summe ihrer Winkel-Momente um ihren gemeinsamen Massen-Mittelpunkt absolut constant, welche Wirkungen sie immer auf einander ausüben mögen, nur vorausgesetzt, dass keine von Körpern ausserhalb des Sonnen-Systemes herrührende Kraft in ungleicher Weise auf die verschiedenen Theile des Systemes wirkt.

Fünftes Capitel.

Arbeit und Energie.

Artikel LXXII. Definitionen.

Arbeit ist der Act der Hervorbringung einer Veränderung in der Configuration eines Systemes entgegen einer Kraft, welche dieser Veränderung widerstrebt.

Energie ist die Fähigkeit, Arbeit zu leisten.

Ist ein System so beschaffen, dass, nachdem es eine Reihe von Veränderungen erfahren hat und dann wieder auf irgend eine Weise in seinen ursprünglichen Zustand zurückversetzt worden ist, die ganze Arbeit,

Digitized by Google

die durch äussere Einwirkungen an dem Systeme geleistet worden ist, gleich ist der ganzen Arbeit, die das System durch Ueberwindung äusserer Kräfte geleistet hat, so nennt man dasselbe ein **conservatives System**.

Artikel LXXIII. Princip der Erhaltung der Energie.

Die Fortschritte der Physik haben zur Entdeckung und Erforschung verschiedener Formen von Energie geführt und zur Aufstellung der Lehre, dass alle materiellen Systeme als conservative Systeme anzusehen sind, vorausgesetzt, dass alle verschiedenen Formen von Energie, welche in diesen Systemen vorkommen, in Betracht gezogen werden.

Diese Lehre kann, als Ableitung aus Erfahrung und Versuch betrachtet, natürlich nicht mehr aussagen, als dass bisher noch kein Beispiel eines nicht conservativen Systemes entdeckt ist.

Als Theorie oder Grundlage von Theorien, wird ihre Glaubwürdigkeit immer grösser durch die fortwährend sich mehrende Zahl der Deductionen, die aus ihr gezogen werden, und die in allen Fällen durch das Experiment bestätigt sind.

In der That ist die Lehre von der Erhaltung der Energie der grosse allgemeine Grundsatz, der in Uebereinstimmung mit den Thatsachen nicht nur der Physik, sondern aller Wissenschaften steht.

Einmal aufgefasst, wird sie dem Physiker zum Principe, an welches er alle übrigen bekannten Gesetze über physikalische Wirkungen anknüpft, und durch welches er in die Lage versetzt wird, die gesetzmässigen Beziehungen solcher Wirkungen in neuen Zweigen seiner Wissenschaft zu entdecken.

Aus diesen Gründen wird jene Lehre allgemein als Princip der Erhaltung der Energie bezeichnet.

Digitized by Google

Artikel LXXIV. Allgemeine Aufstellung des Principes der Erhaltung der Energie.

Die Gesammt-Energie jedes materiellen Systemes ist eine Grösse, welche durch Wirkungen zwischen den Theilen des Systemes weder vermehrt noch vermindert wohl aber in jede der Formen umgewandelt werden kann, deren die Energie fähig ist.

Wenn durch die Wirkung eines Agens, welches in Bezug auf das System ein äusseres ist, die Configuration des Systemes verändert wird, während die Kräfte des Systemes dieser Veränderung der Configuration widerstreben, so sagt man, das äussere Agens leiste Arbeit an dem Systeme. In diesem Falle wird die Energie des Systemes um den Betrag der Arbeit, welche das äussere Agens an ihm geleistet hat, vermehrt.

Wenn umgekehrt die Kräfte des Systemes eine Veränderung der Configuration hervorbringen, welcher das äussere Agens widerstrebt, so sagt man, das System leiste Arbeit an dem äusseren Agens, und es wird die Energie des Systemes um den Betrag der Arbeit, die es leistet, vermindert.

Arbeit ist demnach Uebertragung von Energie von einem Systeme auf ein anderes; das System, welches Energie ausgibt, leistet Arbeit an dem Systeme, welches sie einnimmt, und der Betrag der von dem ersten Systeme verausgabten Energie ist immer genau gleich dem Betrage der von dem zweiten Systeme eingenommenen Energie.

Fassen wir nun beide Systeme in ein einziges, grösseres zusammen, so wird offenbar die Energie des Gesammt-Systemes durch die Wirkung der Partial-Systeme auf einander weder vermehrt noch vermindert.

Digitized by Google

Artikel LXXV. Maass der Arbeit.

Die durch ein äusseres Agens an einem materiellen Systeme geleistete Arbeit lässt sich darstellen als eine Veränderung in der Configuration des Systemes, welche unter dem Einflusse einer äusseren Kraft zu Stande kommt, die eben das Bestreben hat, jene Veränderung hervorzubringen.

Wenn z. B. ein Pfund vom Boden einen Fuss hoch der Schwerkraft entgegen von einem Manne gehoben wird, so ist von dem Manne ein gewisser Betrag von Arbeit geleistet worden. Diese Grösse ist unter dem Namen Fuss-Pfund in der Sprache der Techniker bekannt.

Hier ist der Mann das äussere Agens, das materielle System besteht aus der Erde und dem Pfunde, die Veränderung der Configuration ist die Vergrösserung der Distanz zwischen der Substanz der Erde und der Substanz des Pfundes, und die Kraft ist die nach oben gerichtete Kraft, welche der Mann beim Aufheben des Pfundes anwendet und die gleich und entgegengesetzt dem Gewichte des Pfundes ist. Das Pfund nochmals um einen Fuss zu erheben, würde, wenn die Schwere eine gleichmässige Kraft wäre, genau denselben Betrag von Arbeit erfordern. Allerdings ist die Schwere nicht wirklich gleichmässig, sondern sie nimmt ab, wenn wir uns von der Oberfläche der Erde entfernen, so dass ein Fuss-Pfund keine genau bestimmte Grösse ist, ausser wir geben zugleich die Intensität der Schwerkraft an dem fraglichen Orte an. Zum Zwecke der Erläuterung des Begriffes der Arbeit wollen wir aber annehmen, dass die Schwere für einige wenige Fuss Erhebung gleichförmig bleibe, und in diesem Falle ist die bei Erhebung eines Pfundes geleistete Arbeit ein Fuss-Pfund für jeden Fuss, um den das Pfund gehoben wird.

Zwanzig Pfund Wasser zehn Fuss hoch zu heben, erheischt 200 Fuss-Pfund Arbeit. Ein Pfund zehn Fuss zu heben, erheischt zehn Fuss-Pfund, und da zwanzig zu hebende Pfunde gegeben sind, beträgt die ganze Arbeit zwanzigmal so viel, also zweihundert Fuss-Pfund.

Digitized by Google

Die Grösse der geleisteten Arbeit ist demnach proportional dem Producte aus den Zahlen, welche die angewandte Kraft und die Verrückung in der Richtung der Kraft bedeuten.

Beim Fuss-Pfunde ist die Kraft das Gewicht eines Pfundes, eine Grösse, die bekanntlich an verschiedenen Orten verschieden ist. Das Gewicht eines Pfundes ist in absolutem Maasse ausgedrückt numerisch gleich der Intensität der Erdschwere, deren Grösse man mit g zu bezeichnen pflegt, deren Werth in „Poundals" zwischen 32·227 an den Polen und 32·117 am Aequator schwankt, und mit zunehmender Entfernung von der Erde ohne Grenze abnimmt. In „Dynes" (nach Grammen) schwankt sie zwischen 978·1 und 983·1. Um demnach den Betrag der Arbeit in einem gleichförmigen, überall geltenden Maass auszudrücken, müssen wir die Zahl der Fuss-Pfunde mit der Zahl multipliciren, welche die Intensität der Erdschwere an dem fraglichen Orte bezeichnet. Hierdurch wird die Arbeit reducirt auf „Fuss-Poundals". Wir werden künftig das Maass der Arbeit immer in diesem Sinne, also nach Fuss-Poundals gerechnet, verstehen, wenn nicht ausdrücklich ein anderes System der Messung angegeben ist. Wird die Arbeit in Fuss-Pfunden ausgedrückt, so ist das hierbei verwendete System der Messung das Gravitations-Maass und dieses ist kein vollständiges System, wenn nicht die Intensität der Gravitation an dem fraglichen Orte bekannt ist.

Nach dem metrischen Systeme ist die Einheit der Arbeit das „Erg", das heisst die Arbeit, welche von einer Dyne geleistet wird, wenn sie eine Dislocation von der Länge eines Centimeters in ihrer eigenen Richtung vollbringt. 421393·8 Ergs gehen auf ein Fuss-Poundal.

Artikel LXXVI. Potentielle Energie.

Die Arbeit, welche ein Mann beim Aufheben eines schweren Körpers leistet, wird geleistet durch Ueberwindung der Anziehung zwischen der Erde und jenem

Digitized by Google

Körper. Hierbei wird die Energie des materiellen Systemes, bestehend aus der Erde und dem schweren Körper, vermehrt. Ist der schwere Körper etwa das Bleigewicht einer Uhr, so wird durch das Aufziehen die Energie der Uhr vermehrt, so dass die Uhr fähig ist, trotz der Reibung der Räder und des Widerstandes der Luft gegen die Bewegung des Pendels, eine Woche hindurch zu gehen und sonach Energie in anderer Form auszugeben: als Mittheilung der Schwingungen an die Luft, mittelst deren wir das Ticken der Uhr hören.

Zieht Jemand eine Taschenuhr auf, so leistet er Arbeit, indem er die Form der Hauptfeder verändert, nämlich die Feder aufwindet. Die Energie der Feder wird hierdurch vermehrt, so dass sie, indem sie sich abwindet, im Stande ist, die Uhr im Gange zu erhalten.

In diesen beiden Fällen hängt die dem System mitgetheilte Energie von einer Configurations-Veränderung ab.

Artikel LXXVII. Kinetische Energie.

Bei einer anderen, sehr wichtigen Classe von Vorgängen wird die Arbeit geleistet durch Veränderung der Geschwindigkeit des Körpers, auf den sie wirkt. Betrachten wir einen einfachen Fall, den eines Körpers, der sich, ohne sich zu drehen, unter der Einwirkung einer Kraft bewegt. Die Masse des Körpers sei M Pfund, und eine Kraft von F Poundals wirke auf ihn in der Richtung seiner Bewegung während eines Zeitintervalles von T Secunden. Zu Beginn des Intervalles sei seine Geschwindigkeit V und am Ende des Intervalles V' Fuss in der Secunde, und die Strecke, durch die sich der Körper während dieser Zeit bewegt hat, sei S Fuss. Sein Anfangs-Moment ist MV, sein End-Moment MV', so dass der Zuwachs des Momentes $M(V - V')$ ist, und dieses ist nach dem zweiten Bewewegungsgesetz, gleich FT, dem Impuls der während der Zeit T wirkenden Kraft F. Also

$$FT = M(V - V') \qquad (1)$$

Digitized by Google

Da die Geschwindigkeit gleichförmig mit der Zeit wächst, so ist die mittlere Geschwindigkeit das arithmetische Mittel der Anfangs- und Endgeschwindigkeit, oder $\frac{1}{2}(V' + V)$.

Wir können aber die mittlere Geschwindigkeit auch bestimmen, indem wir den Weg S durch die Zeit T, während welcher er beschrieben wurde, dividiren. Also

$$\frac{S}{T} = \frac{1}{2}(V' + V) \qquad (2)$$

Durch Multiplication der beiden linken Seiten und der beiden rechten Seiten der Gleichungen (1) und (2) erhalten wir

$$FS = \frac{1}{2}MV'^2 - \frac{1}{2}MV^2 \qquad (3)$$

Hierin ist FS die Arbeit, welche die Kraft F geleistet hat, dadurch, dass sie auf den Körper gewirkt hat, während er den Weg S in der Richtung der Kraft zurücklegte; und diese ist gleich dem Ueberschusse von $\frac{1}{2}MV'^2$ über $\frac{1}{2}MV^2$. Nennen wir $\frac{1}{2}MV^2$ oder das halbe Product der Masse in das Quadrat der Geschwindigkeit, die kinetische Energie des Körpers am Anfange, dann ist $\frac{1}{2}MV'^2$ seine kinetische Energie, nachdem die Kraft F durch den Weg S auf ihn gewirkt hat. Die Energie ist hier in Fuss-Poundals ausgedrückt.

In Worten ausgedrückt, sagt unsere Gleichung Folgendes. Die Arbeit, welche die Kraft F geleistet hat, indem sie die Bewegung des Körpers veränderte, wird gemessen durch den Zuwachs an kinetischer Energie, den der Körper während der Zeit der Einwirkung der Kraft erfahren hat.

Wir haben diesen Satz bewiesen für den Fall, dass das Zeitintervall so klein ist, dass wir die Kraft als während dieser Zeit constant betrachten dürfen, und also die mittlere Geschwindigkeit während des Intervalles dem arithmetischen Mittel der Anfangs- und Endgeschwindigkeit gleich setzen können. Diese Annahme, die dann volkommen richtig ist und für beliebig lange Intervalle gilt, wenn die Kraft constant ist, nähert sich in jedem anderen Falle um so mehr der Wahrheit, je kleiner das betrachtete Zeitintervall angenommen wird. Indem wir

Digitized by Google

die ganze Dauer der Wirkung in kleine Abschnitte zerlegen und beweisen, dass während eines jeden von ihnen die geleistete Arbeit gleich ist dem Zuwachse der kinetischen Energie des Körpers, und indem wir dann die aufeinander folgenden Abschnitte der Arbeit und ebenso die auf einander folgenden Abschnitte der Zuwächse der Energie addiren, gelangen wir zu dem Resultate, dass die gesammte von der Kraft geleistete Arbeit gleich ist der gesammten Zunahme der Energie.

Wirkt die Kraft auf den Körper in der seiner Bewegung entgegengesetzten Richtung, so wird seine kinetische Energie statt vermehrt, vermindert werden, und die Kraft wird statt an dem Körper Arbeit zu leisten, wie ein Widerstand wirken, den der Körper bei seiner Bewegung überwindet. Es kann demnach ein sich bewegender Körper, so lange er in Bewegung ist, durch Ueberwindung von Widerstand Arbeit leisten, und die von dem sich bewegenden Körper geleistete Arbeit ist gleich der Verminderung seiner kinetischen Energie; bis zuletzt, wenn der Körper zur Ruhe gekommen ist, seine kinetische Energie erschöpft ist. Die ganze von ihm geleistete Arbeit ist dann so gross, wie seine anfängliche kinetische Energie war.

Jetzt erkennen wir, wie bezeichnend der Ausdruck kinetische Energie ist, den wir bisher bloss als einen Namen für das Product $\frac{1}{2} M V^2$ gebraucht haben. Denn die Energie eines Körpers wurde als seine Fähigkeit Arbeit zu leisten definirt. Das Maass der Energie ist die Arbeit, die sie leisten kann. Die kinetische Energie eines Körpers ist die Energie, die er dadurch, dass er in Bewegung ist, besitzt, und wir haben jetzt gezeigt, dass ihr Werth ausgedrückt wird durch $\frac{1}{2} M V^2$ oder $\frac{1}{2} M V \times V$, das heisst durch das halbe Product seines Momentes in seine Geschwindigkeit.

Artikel LXXVIII. Schiefe Kräfte.

Wenn die Kraft auf den Körper rechtwinklig zu seiner Bewegungsrichtung wirkt, so leistet sie gar keine

Digitized by Google

Arbeit an ihm und ändert zwar die Richtung, aber nicht die Grösse der Geschwindigkeit. Demnach bleibt die kinetische Energie, welche von dem Quadrate der Geschwindigkeit abhängt, ungeändert.

Wenn die Richtung der Kraft weder mit der Bewegungsrichtung des Körpers zusammenfällt, noch senkrecht auf ihr steht, dann haben wir die Kraft in zwei Componenten zu zerlegen, von denen die eine senkrecht zur Bewegungsrichtung steht, während die andere mit der Bewegungsrichtung zusammenfällt (oder ihr entgegengesetzt ist).

Die erste Componente kann bei allen Berechnungen über die Energie ausser Betracht bleiben, da sie weder Arbeit an dem Körper leistet, noch seine kinetische Energie verändert.

Die zweite Componente ist schon vorher von uns betrachtet worden. Liegt sie in der Bewegungsrichtung, so vermehrt sie die kinetische Energie des Körpers um den Betrag der Arbeit, die sie an ihm leistet. Liegt sie in der entgegengesetzten Richtung, so wird die kinetische Energie des Körpers vermindert um den Betrag der Arbeit, welche er gegen die Kraft leistet.

Es ist also in allen Fällen die Zunahme der kinetischen Energie gleich der von äusseren Einwirkungen an dem Körper geleisteten Arbeit, und die Abnahme der kinetischen Energie gleich der von dem Körper gegen äusseren Widerstand geleisteten Arbeit.

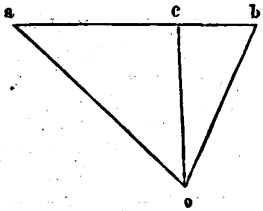
Artikel LXXIX. Die kinetische Energie zweier Partikeln, bezogen auf ihren Massen-Mittelpunkt.

Die kinetische Energie eines materiellen Systemes ist gleich der kinetischen Energie einer Masse, die der Masse des Systemes gleich ist, und die sich mit der Geschwindigkeit des Massen-Mittelpunktes des Systemes bewegt, plus der kinetischen Energie, welche aus der relativen Bewegung der Theile des Systemes gegen dessen Massen-Mittelpunkt stammt.

Digitized by Google

Beginnen wir mit dem Falle, dass das System bloss aus zwei Partikeln besteht. Ihre Massen seien A und B; ihre Geschwindigkeiten seien in dem Diagramm der Geschwindigkeiten durch die Linien $\overline{oa}$ und $\overline{ob}$ dargestellt. Ist c der Massen-Mittelpunkt zweier Partikeln, von denen das eine eine Masse gleich der von A hat und sich in a befindet, während das andere eine Masse gleich der von B hat und sich in b befindet, dann stellt $\overline{oc}$ die Geschwindigkeit des Massen-Mittelpunktes der uns gegebenen Partikeln dar.

Fig. 10.



Die kinetische Energie des Systemes ist die Summe der kinetischen Energien seiner Partikeln, oder

$$T = \tfrac{1}{2} A . \overline{oa}^2 + \tfrac{1}{2} B . \overline{ob}^2.$$

Drücken wir nun $\overline{oa}^2$ und $\overline{ob}^2$ durch oc, ca und cb und durch den Winkel $oca = \theta$ aus, so erhalten wir

$$T = \tfrac{1}{2} A . \overline{oc}^2 + \tfrac{1}{2} A \overline{ca}^2 - A . \overline{oc} . \overline{ca} . \cos\theta$$
$$+ \tfrac{1}{2} B . \overline{oc}^2 + \tfrac{1}{2} B \overline{cb}^2 - B . \overline{oc} . \overline{cb} . \cos\theta$$

Wenn wir bei der Ausführung dieser Addition berücksichtigen, dass c der Massen-Mittelpunkt von A in a und von B in b ist, also

$$A . \overline{ca} + B . \overline{cb} = 0$$

so erhalten wir

$$T = \tfrac{1}{2} (A + B) \overline{oc}^2 + \tfrac{1}{2} A . \overline{ca}^2 + \tfrac{1}{2} B . \overline{cb}^2,$$

oder: Die kinetische Energie des Systemes aus den beiden Partikeln A und B ist gleich der einer Masse gleich $(A + B)$, die sich mit der Geschwindigkeit des Massen-Mittelpunktes bewegt, plus der Energie der relativen Bewegung der Partikeln gegen den Massen-Mittelpunkt.

Digitized by Google

Artikel LXXX. Kinetische Energie eines materiellen Systemes, bezogen auf seinen Massen-Mittelpunkt.

Da wir annehmen, dass die Bewegung eines Partikels die seines Massen-Mittelpunktes ist, so haben wir mit der Betrachtung des Falles zweier Partikeln begonnen und die Richtigkeit unseres Satzes für den Fall eines aus zwei Partikeln bestehenden Systemes bewiesen. Wenn aber dieser Satz für jedes von zwei materiellen Systemen für sich richtig ist, so muss er auch für das System, das sie zusammen bilden, richtig sein. Denn, nehmen wir jetzt an, $\overline{oa}$ und $\overline{ob}$ stellen die Geschwindigkeiten der Massen-Mittelpunkte zweier materieller Systeme A und B dar [1]), dann stellt $\overline{oc}$ die Geschwindigkeit des Massenmittelpunktes des combinirten Systemes $(A + B)$ dar; und wenn nun T_A die kinetische Energie aus der relativen Bewegung des Systemes A gegen seinen eigenen Massen-Mittelpunkt ist und T_B eine analoge Bedeutung für das System B hat, dann geht aus der bereits bewiesenen Giltigkeit unseres Satzes für die Systeme A und B, einzeln genommen, hervor, dass die kinetische Energie von A gleich ist

$$\tfrac{1}{2} A \,.\, \overline{oa}^2 + T_A,$$

und die von B

$$\tfrac{1}{2} B \,.\, \overline{ob}^2 + T_B.$$

Die kinetische Energie des Ganzen ist daher

$$\tfrac{1}{2} A\, \overline{oa}^2 + \tfrac{1}{2} B\, \overline{ob}^2 + T_A + T_B,$$

oder

$$\tfrac{1}{2}(A + B)\, \overline{oc}^2 + \tfrac{1}{2} A\, \overline{ca}^2 + T_A + \tfrac{1}{2} B\, \overline{cb}^2 + T_B.$$

Das erste Glied dieses Ausdruckes ist die kinetische Energie einer Masse gleich der des ganzen Systemes,

---

[1]) von denen jedes aus zwei Partikeln besteht. Anm. des Uebers.

Digitized by Google

die sich mit der Geschwindigkeit des Massen-Mittelpunktes des ganzen Systemes bewegt.

Das zweite und dritte Glied stellen zusammen die kinetische Energie des Systemes A dar, die aus der relativen Bewegung gegen den Massen-Mittelpunkt des ganzen Systemes stammt, und das vierte und fünfte Glied bedeuten dasselbe für das System B.

Wenn also der obige Satz für jedes der beiden Systeme A und B für sich genommen richtig ist, so ist er auch für das aus A und B zusammengesetzte System richtig. Seine Richtigkeit für den Fall zweier Partikeln haben wir bewiesen, er gilt also auch für drei, vier und für jede beliebige Anzahl von Partikeln, daher für jedes materielle System.

Die kinetische Energie eines Systemes bezogen auf seinen Massen-Mittelpunkt ist kleiner, als die kinetische Energie desselben Systemes, bezogen auf irgend einen anderen Punkt.

Denn die letztere Grösse übertrifft die erstere um einen Betrag, der gleich ist der kinetischen Energie einer Masse gleich der des ganzen Systemes, die sich mit der relativen Geschwindigkeit, die der Massen-Mittelpunkt gegen den anderen Punkt hat, bewegt; und da jede kinetische Energie ihrer Natur nach positiv ist, so muss auch dieser Ueberschuss positiv sein.

Artikel LXXXI. Verwandelbare kinetische Energie.

Wir haben in Artikel LXIV gesehen, dass die Wirkung der Theile eines materiellen Systemes auf einander keinen Einfluss auf die Geschwindigkeit des Massen-Mittelpunktes des Systemes hat. Es kann daher der Theil der kinetischen Energie des Systemes, der von der Bewegung des Massen-Mittelpunktes herrührt, durch keine innere Wirkung im Systeme beeinflusst werden. Es ist deshalb unmöglich, mittelst der Wirkung der Theile des Systemes aufeinander, diesen Theil der Energie in Arbeit zu verwandeln. Insofern das System bloss für sich selbst

Digitized by Google

betrachtet wird, ist diese Energie unwandelbar. Sie kann nur durch die Wirkung zwischen diesem Systeme und irgend einem anderen materiellen Systeme in Arbeit umgewandelt werden.

Betrachten wir demnach ein materielles System ausser Zusammenhang mit irgend einem anderen Systeme, so ist seine verwandelbare kinetische Energie die, welche aus den relativen Bewegungen der Theile des Systemes gegen dessen Massen-Mittelpunkt herstammt.

Nehmen wir an, die Wirkung zwischen den Theilen des Systemes sei eine solche, dass die Configuration des Systemes nach einer gewissen Zeit unveränderlich wird, und nennen wir diesen Process die Solidificirung des Systemes. Wir haben nachgewiesen, dass das Winkel-Moment des ganzen Systemes durch die Wirkungen seiner Theile auf einander nicht verändert wird. Ist also das anfängliche Winkel-Moment eines Systemes Null, so wird das letztere, nachdem seine Form unveränderlich geworden ist, nicht um seinen Massen-Mittelpunkt rotiren, sondern es wird sich, wenn es sich überhaupt bewegt, parallel mit sich selbst bewegen, und seine Theile werden in relativer Ruhe gegen den Massen-Mittelpunkt sein. In diesem Falle ist also die ganze verwandelbare Energie des Systemes durch die Wirkung seiner Theile auf einander während der Solidificirung in Arbeit verwandelt worden.

Hat das System von Anbeginn ein Winkel-Moment, so wird es nach der Solidificirung dasselbe Winkel-Moment haben. Es wird demnach um seinen Massen-Mittelpunkt rotiren und wird desshalb noch Energie haben, die aus relativer Bewegung gegen seinen Massen-Mittelpunkt stammt, und diese übrig gebliebene Energie ist also nicht in Arbeit verwandelt worden.

Wenn sich aber die Theile des Systemes in Richtungen, die senkrecht zur Axe des Winkel-Momentes sind, von einander entfernen können, und wenn das System, nachdem diese Ausdehnung stattgefunden hat, solidificirt ist: dann wird die übrigbleibende kinetische Energie der Rotation um den Massen-Mittelpunkt immer

Digitized by Google

kleiner und kleiner werden, je grösser die Expansion des Systemes war, so dass wir die übrigbleibende Energie durch hinreichende Ausdehnung des Systemes beliebig klein machen und die ganze aus der relativen Bewegung gegen den Massen-Mittelpunkt stammende Energie innerhalb des Systemes in Arbeit verwandeln können.

Artikel LXXXII. Potentielle Energie.

Die potentielle Energie eines materiellen Systemes ist die von anderen Umständen als von der Bewegung des Systemes abhängige Fähigkeit, die es hat, Arbeit zu leisten. Mit anderen Worten, potentielle Energie ist die Energie, die nicht kinetisch ist.

In dem theoretischen, materiellen Systeme, das wir in unserer Vorstellung aus den Fundamentalbegriffen: Substanz und Bewegung aufbauen, sind keine anderen bestimmenden Stücke vorhanden als: die Configuration und die Bewegung der verschiedenen Massen, aus denen das System besteht. Demnach sind in einem solchen Systeme die Umstände, von denen die Energie ausschliesslich abhängen muss: Bewegung und Configuration, so dass, da die kinetische Energie von der Bewegung abhängt, die potentielle Energie von der Configuration abhängen muss.

In vielen wirklichen, materiellen Systemen wissen wir, dass ein Theil der Energie von der Configuration abhängt. So hat eine Uhrfeder mehr Energie, wenn sie zusammengerollt, als wenn sie theilweise aufgerollt ist, und zwei Magnetstäbe haben mehr Energie, wenn sie neben einander mit ihren gleichnamigen Polen nach derselben Seite gekehrt liegen, als wenn die ungleichnamigen Pole einander zunächst liegen.

Artikel LXXXIII. Elasticität.

In dem Falle von der Uhrfeder können wir den Zusammenhang zwischen dem Aufziehen der Feder und der Kraft, die sie ausübt, etwas weiter verfolgen, indem

Digitized by Google

wir uns die Feder in der Vorstellung in lauter sehr kleine Theile oder Elemente zerlegt denken. Wenn die Feder aufgezogen wird, so wird die Form eines jeden solchen kleinen Theiles verändert, und eine solche Veränderung der Form eines festen Körpers nennt man Deformation.

In festen Körpern ist die Deformation immer verbunden mit der Entwickelung einer inneren Kraft oder dynamischen Einwirkung (Spannung); solche Körper, in welchen die Spannung einfach von der Deformation abhängt, nennt man elastisch, und die Eigenschaft der Körper, deformirt eine Spannung zu äussern, heisst Elasticität.

Das Aufziehen der Feder involvirt sonach eine Deformation ihrer Elemente, und die äussere Kraft, welche die Feder dann ausübt, ist die Resultirende aus den dynamischen Wirkungen in ihren Elementen.

Wir substituiren so für die unmittelbare Beziehung zwischen dem Aufziehen der Feder und der Kraft, die sie ausübt, eine Beziehung zwischen den Deformationen und den dynamischen Wirkungen der Elemente der Feder, das heisst: an Stelle einer einzigen Dislocation und einer einzigen Kraft, zwischen denen eine Beziehung von mitunter sehr verwickelter Natur besteht, setzen wir eine Vielheit von Deformationen und eine entsprechende Vielheit von dynamischen Einwirkungen, so dass jede Deformation mit der ihr entsprechenden dynamischen Einwirkung durch eine viel einfachere Beziehung verknüpft ist.

Aber nach alle dem ist die Natur des Zusammenhanges zwischen Configuration und Kraft so räthselhaft wie zuvor. Wir können nichts thun, als die Thatsache constatiren, und wenn wir alle derartigen Erscheinungen: „Erscheinungen der Elasticität“ nennen, so mag eine solche Classificirung immerhin ganz nützlich sein — nur dürfen wir bei dem Gebrauche des Wortes Elasticität nicht vergessen, dass durch dasselbe keineswegs die Ursache des Zusammenhanges zwischen Configuration und Energie erklärt werden soll.

Digitized by Google

Artikel LXXXIV. Wirkung in die Ferne.

In dem Falle von den beiden Magneten verbindet keine sichtbare Substanz die Körper, zwischen denen die dynamische Einwirkung besteht. Der Raum zwischen den Magneten mag mit Luft oder mit Wasser erfüllt sein, oder man mag die Magnete in ein Gefäss legen und aus demselben die Luft mittelst einer Pumpe entfernen, bis die Magnete in einem sogenannten Vacuum sich befinden — die Wirkung der Magnete auf einander wird hierdurch nicht verändert. Ja wir können sogar eine Glasplatte oder Metall oder Holz zwischen die Magnete legen und werden immer wieder finden, dass ihre Wirkung auf einander nur von ihrer Lage zu einander abhängt und auf keine nachweisbare Weise durch Einlagern von irgend welchen Substanzen zwischen sie beeinflusst wird, ausser wenn die Substanz eines der magnetischen Metalle ist. Nach der gewöhnlichen Ausdrucksweise ist also die Wirkung zwischen den Magneten eine Wirkung in die Ferne.

Man hat den Versuch gemacht, und zwar mit einem gewissen Erfolge[1]), diese Wirkung in die Ferne in continuirlich in einem unsichtbaren Medium vertheilte dynamische Einwirkungen aufzulösen und so eine Analogie herzustellen zwischen der magnetischen Wirkung und der Wirkungsweise einer Feder oder eines Seiles beim Uebertragen von Kraft; aber trotzdem bleibt die allgemeine Thatsache, dass Deformationen oder Veränderungen der Configuration von dynamischen Einwirkungen oder inneren Kräften begleitet werden, und dass hierdurch Energie in dem deformirten Systeme angesammelt wird — eine letzte Thatsache, die bisher noch nicht als Folge eines fundamentaleren Grundsatzes erkannt worden ist.

---

[1]) Siehe Clerk Maxwell's „Treatise on Electricity and Magnetism", Vol. II., Art. 641.

Digitized by Google

Artikel LXXXV. Die Theorie der potentiellen Energie complicirter, als die der kinetischen Energie.

Die Energie eines materiellen Systemes kann also von seiner Configuration abhängen. Aber die Art dieser Abhängigkeit ist viel complicirter, als die Art, wie die kinetische Energie von der Bewegung des Systemes abhängt. Denn die kinetische Energie lässt sich nach einer unveränderlichen Methode aus der Bewegung der Theile des Systemes berechnen. Wir multipliciren die Masse eines jeden Theiles mit dem halben Quadrate seiner Geschwindigkeit und bilden die Summe aller dieser Producte. Die potentielle Energie hingegen, die aus der Wirkung zweier Theile des Systemes auf einander entspringt, kann von der relativen Lage dieser Theile in einer Weise abhängen, die in verschiedenen Fällen eine verschiedene ist. Wenn sich z. B. zwei Billardkugeln einander nähern, so findet keine merkliche Wirkung zwischen ihnen statt, bis sie einander so nahe gekommen sind, dass gewisse Theile von ihnen in scheinbarer Berührung sind. Sollen nun die Mittelpunkte der Bälle noch näher aneinander rücken, so müssen die sich berührenden Theile ausweichen, und das verlangt die Verausgabung von Arbeit.

In diesem Falle ist die potentielle Energie constant für alle Entfernungen, die grösser sind als die der ersten Berührung, und nimmt dann mit abnehmender Entfernung sehr schnell zu.

Die Kraft zwischen Magneten ändert sich wieder in ganz anderer Weise mit der Entfernung, und in Wirklichkeit kann die Form der Beziehung zwischen der Configuration eines Systemes und seiner potentiellen Energie nur durch das Experiment festgestellt werden.

Artikel LXXXVI. Anwendung der Methode der Energie auf die Berechnung von Kräften.

Eine vollständige Kenntniss der Art, wie die Energie eines materiellen Systemes sich ändert, wenn die Con-

Digitized by Google

figuration und die Bewegung des Systemes sich ändern, ist mathematisch gleichbedeutend mit der Kenntniss sämmtlicher dynamischer Eigenschaften des Systemes. Die mathematischen Methoden zur Ableitung aller Kräfte und dynamischen Einwirkungen in einem beweglichen Systeme aus der einzigen mathematischen Formel, welche die Energie als Function der Variablen ausdrückt, sind von Lagrange, Hamilton und anderen ausgezeichneten Mathematikern entwickelt worden, aber es wäre schwer, dieselben mittelst der elementaren Begriffe, auf die wir uns in diesem Buche beschränken müssen, auch nur anzudeuten. Eine kurze Darstellung dieser Methoden ist in meinem „Treatise on Electricity", 4. Theil, Cap. V, Artikel 553 gegeben, und die Anwendung dieser Methoden auf electro-magnetische Erscheinungen ist in den darauf folgenden Capiteln dargelegt.

Betrachtet man aber bloss den einfachen Fall eines in Ruhe befindlichen Systemes, so ist leicht einzusehen, wie die Kräfte des Systemes bestimmt werden können, wenn bekannt ist, wie seine Energie von seiner Configuration abhängt.

Nehmen wir an, ein äusseres Agens bewirke in dem Systeme eine Dislocation von einer Configuration in eine andere. Besitzt das System in der zweiten Configuration mehr Energie, als es in der ersten besass, so kann es diesen Zuwachs von Energie nur von dem äusseren Agens erhalten haben. Dieses Agens muss einen, dem Zuwachse von Energie gleichen Betrag an Arbeit geleistet haben. Es muss also eine Kraft in der Richtung der Dislocation ausgeübt haben, und der mittlere Werth dieser Kraft multiplicirt mit der Dislocation muss gleich sein der geleisteten Arbeit. Der mittlere Werth der Kraft kann demnach gefunden werden, indem man den Zuwachs von Energie durch die Dislocation dividirt.

Ist die Dislocation eine grosse, dann kann diese Kraft sich während der Dislocirung beträchtlich verändern, so dass ihr mittlerer Werth schwer zu bestimmen ist; da aber die Kraft von der Dislocation abhängt, so wird, wenn wir die Dislocation immer kleiner machen, auch

Digitized by Google

die Veränderung der Kraft während der Dislocirung immer kleiner werden, so dass zuletzt die Kraft als merklich constant während der Dislocirung angesehen werden kann.

Berechnen wir also nach einer Methode ähnlich der in den Artikeln XXVII, XXVIII und XXXIII beschriebenen, den Grad, in welchem die Energie mit der Dislocation wächst, so wird dieser Grad numerisch gleich sein der von dem äusseren Agens in der Richtung der Dislocation ausgeübten Kraft.

Nimmt die Energie, statt zu wachsen, ab, wenn die Dislocation zunimmt, so muss das System an dem äusseren Agens Arbeit leisten, und die von dem äusseren Agens ausgeübte Kraft muss in ihrer Richtung der Richtung der Dislocation entgegengesetzt sein.

Artikel LXXXVII. Specificirung der Richtung der Kräfte.

In dynamischen Untersuchungen ist meistens von Kräften die Rede, welche von dem äusseren Agens auf das materielle System ausgeübt werden. Die Kräfte hingegen, von denen in electrischen Untersuchungen die Rede ist, sind gewöhnlich von der Art, dass sie von dem electrisirten Systeme gegen ein äusseres Agens, welches das System hindert, sich zu bewegen, ausgeübt werden. Es ist deshalb nothwendig, jedesmal, wenn von Kräften die Rede ist, sich zu vergewissern, ob die besprochene Kraft von dem einen, oder ob sie von dem anderen Standpunkte aufzufassen sei.

Wir können ganz allgemein jede Zweideutigkeit vermeiden, indem wir die Erscheinung als ein Ganzes ansehen, von ihr als einer dynamischen Einwirkung zwischen zwei Punkten oder Körpern sprechen, und diese dynamische Einwirkung als Spannung oder als Druck, als Anziehung oder als Abstossung bezeichnen, je nach ihrer Richtung. Siehe Artikel LV.

Digitized by Google

Artikel LXXXVIII. Anwendung auf ein in Bewegung befindliches System.

Hieraus ergiebt sich, dass wir aus der Kenntniss der potentiellen Energie, die ein System in jeder ihm möglichen Configuration besitzt, alle die äusseren Kräfte deduciren können, die nothwendig sind, um das System in jeder dieser Configurationen fest zu halten. Befindet sich das System in Ruhe und sind diese nothwendigen äusseren Kräfte wirklich vorhandene, so wird das System im Gleichgewichte sein und bleiben. Bewegt sich das System, so ist die auf jedes Partikel wirkende Kraft die aus den Verbindungen des Systemes stammende (der eben berechneten äusseren Kraft gleich und entgegengesetzt) und noch irgend eine äussere Kraft, welche auf dasselbe ausgeübt wird. Demnach würde eine vollständige Kenntniss der Art, wie die potentielle Energie von der Configuration abhängt, uns in den Stand setzen, alle Bewegungen des Systemes unter der Einwirkung gegebener äusserer Kräfte vorherzusagen, vorausgesetzt, dass wir die rein mathematischen Schwierigkeiten der Ausrechnung zu überwinden im Stande wären.

Artikel LXXXIX. Anwendung der Methode der Energie auf die Untersuchung wirklicher Körper.

Gehen wir von der abstracten Dynamik zur Physik über — von materiellen Systemen, die keine anderen Eigenschaften hatten, als die ihnen durch Definition beigelegten, zu wirklichen Körpern, deren Eigenschaften wir erforschen sollen — so treffen wir auf viele Erscheinungen, die wir nicht als blosse Veränderungen in der Configuration und Bewegung zu verstehen vermögen.

Natürlich — wenn wir gleich damit anfangen, zu behaupten, die wirklichen Körper seien aus einer Substanz, die den von uns aufgestellten Definitionen in jeder Hinsicht entspricht, zusammengesetzte Systeme, dann

Digitized by Google

können wir auch weitergehen und behaupten, dass alle Erscheinungen nichts sind, als Veränderungen von Configuration und Bewegung, obwohl wir nicht in der Lage sind, die Art der Configuration und die Bewegung anzugeben, durch welche die einzelnen Erscheinungen sich erklären lassen sollen. In der exacten Wissenschaft aber sind solche „Erklärungen“ nicht nach dem zu schätzen, was sie sich anmaassen, sondern nach dem, was sie leisten. Die Configuration und die Bewegung eines Systemes sind Dinge, die sich ganz genau beschreiben lassen; wenn daher die Erklärung einer Erscheinung aus der Configuration und Bewegung eines materiellen Systemes als Bereicherung unserer wissenschaftlichen Erkenntniss zugelassen werden soll, so müssen die Configurationen, Bewegungen und Kräfte genau specificirt werden und es muss nachgewiesen werden, dass sie sowohl in Uebereinstimmung mit bekannten Thatsachen sind, als auch ausreichen zur Erklärung der fraglichen Erscheinung.

Artikel XC. Variable, von denen die Energie abhängt.

Wenn sich aber auch die Erscheinungen, die wir untersuchen, noch nicht dynamisch haben erklären lassen, so können wir doch das Princip der Erhaltung der Energie mit grossem Vortheile als Führer bei unseren Nachforschungen verwenden.

Um dieses Princip anzuwenden, setzen wir zunächst fest, dass die Menge der Energie in einem materiellen Systeme von dem Zustande dieses Systemes abhängt, so dass einem gegebenen Zustande ein bestimmter Betrag der Energie entspricht.

Der erste Schritt ist daher, die verschiedenen Zustände des Systemes zu definiren, und wenn wir es mit wirklichen Körpern zu thun haben, so müssen wir ihren Zustand nicht nur mit Rücksicht auf die Configuration und Bewegung ihrer sichtbaren Theile definiren, sondern, wenn wir Grund haben zu vermuthen, dass die Configuration und Bewegung ihrer unsichtbaren Partikeln die

Digitized by Google

sichtbaren Erscheinungen beeinflusse, so müssen wir eine Methode ausfindig machen, um auch die aus dieser Quelle stammende Energie auszuwerthen.

So sind Druck, Temperatur, electrisches Potential und chemische Zusammensetzung variable Grössen, deren Werthe den Zustand eines Körpers specificiren helfen; und im Allgemeinen hängt die Energie eines Körpers von den Werthen dieser und anderer Variabler ab.

Artikel XCI. Die Energie, ausgedrückt durch die Variablen.

Der nächste Schritt, den wir in unserer Untersuchung zu machen haben, besteht darin, festzustellen, wie viel Arbeit durch äusseren Einfluss an dem Körper geleistet werden muss, um ihn aus einem der genau specificirten Zustände in einen anderen überzuführen.

Es genügt für diesen Zweck, die Arbeit zu kennen, die nöthig ist, um den Körper aus einem besonderen seiner verschiedenen Zustände, den wir den Anfangszustand nennen wollen, in irgend einen anderen genau bestimmten Zustand überzuführen. Seine Energie in diesem letzteren Zustand ist gleich der, die er im Anfangszustande hatte, plus der Arbeit, die nöthig war, um ihn aus dem Anfangszustande in den anderen bestimmten Zustand zu bringen. Die Thatsache, dass diese Arbeit immer dieselbe ist, durch welche Reihe von Zuständen auch das System aus dem Anfangszustande in den anderen bestimmten Zustand übergeht, ist die Grundlage der ganzen Theorie der Energie.

Da alle Erscheinungen von den Veränderungen in der Energie des Körpers, und nicht von dem Gesammtwerthe dieser Energie abhängen, so ist es, selbst wenn es möglich wäre, überflüssig, eine Angabe über den Werth der Energie des Körpers in seinem Anfangszustande zu machen.

Digitized by Google

Artikel XCII. Theorie der Wärme.

Eine der wichtigsten Anwendungen des Principes der Erhaltung der Energie ist dessen Anwendung auf die Untersuchung des Wesens der Wärme.

Früher nahm man an, dass der Unterschied zwischen den Zuständen eines Körpers, wenn er warm und wenn er kalt ist, auf der Anwesenheit einer Substanz beruhe, die man die calorische Substanz nannte, und die in grösserer Menge in dem Körper vorhanden sein sollte, wenn er wärmer war. Aber die Versuche Rumford's über die durch Reibung zwischen Metallen erzeugte Wärme und die Versuche Davy's über das Schmelzen von Eis durch Reibung zeigten, dass, wenn Arbeit geleistet wird durch Ueberwindung von Reibung, die Menge der erzeugten Wärme proportional der geleisteten Arbeit ist.

Ebenso zeigten die Versuche Hirn's, dass, wenn man Wärme in einer Dampfmaschine Arbeit leisten lässt, ein Theil der Wärme verschwindet, und dass die verschwundene Wärme der geleisteten Arbeit proportional ist.

Eine sehr sorgfältige Messung der bei der Reibung verausgabten Arbeit und der dabei erzeugten Wärme wurde von Joule ausgeführt; er findet die Wärmemenge, die erforderlich ist, um ein Pfund Wasser von 39° F. auf 40° F. zu bringen, äquivalent 772 Fuss-Pfund Arbeit in Manchester, oder 24858 Fuss-Poundals.

Hieraus ergibt sich, dass die Wärme, die nothwendig ist, um ein Gramm Wasser von 3° C. auf 4° C. zu bringen, 42 000 000 Ergs beträgt.

Artikel XCIII. Die Wärme eine Form der Energie.

Da also Wärme erzeugt werden kann, so kann sie keine Substanz sein; und da jedesmal, wenn mechanische Energie durch Reibung verloren wird, Wärme entsteht; und jedesmal, wenn mechanische Energie in einer Maschine gewonnen wird, Wärme verschwindet, und da

Digitized by Google

die Menge der verlorenen oder gewonnenen Energie proportional ist der Menge der gewonnenen oder verlorenen Wärme: so schliessen wir, dass die Wärme eine Form der Energie ist.

Ausserdem haben wir Gründe zu glauben, dass die kleinen Partikeln eines warmen Körpers in einem Zustande heftiger Agitation sich befinden, das heisst, dass jedes Partikel sich fortwährend sehr schnell bewegt, dass aber die Richtung seiner Bewegung sich so oft ändert, dass das Partikel nur eine geringe oder gar keine Veränderung seines Ortes im Körper erfährt.

Ist dieses der Fall, so muss ein Theil, und eventuell ein sehr grosser Theil der Energie eines warmen Körpers die Form der kinetischen Energie haben.

Für unseren gegenwärtigen Zweck ist es jedoch überflüssig, festzustellen, welches die Form der Energie in einem warmen Körper ist; die grösste Bedeutung liegt in der Thatsache, dass die Energie in der Form von Wärme gemessen werden kann, und da jede Form von Energie in Wärme verwandelt werden kann, so besitzen wir hierin eine der zweckmässigsten Methoden zur Messung der Energie.

Artikel XCIV. Energie als Wärme gemessen.

So z. B. treten, wenn gewisse Substanzen mit einander in Berührung gebracht werden, chemische Wirkungen ein, die Substanzen gruppiren sich auf eine neue Weise und haben in ihrer neuen Gruppirung andere chemische Eigenschaften, als in ihrer früheren Gruppirung. Während dieses Processes kann mechanische Arbeit geleistet werden durch die Ausdehnung der Verbindung, wie beim Abbrennen von Schiesspulver; es kann ein elektrischer Strom entstehen, wie in der Volta'schen Säule; es kann Wärme erzeugt werden, wie bei den meisten chemischen Vorgängen.

Die in der Form von mechanischer Arbeit ausgegebene Energie kann direct gemessen oder erst mittelst Reibung in Wärme umgewandelt werden. Die zur

Digitized by Google

Hervorbringung des electrischen Stromes ausgegebene Energie kann als Wärme gemessen werden, indem man den Strom durch einen Leiter von solcher Form fliessen lässt, dass die in ihm erzeugte Wärme leicht messbar ist. Es muss sorgfältig darauf geachtet werden, dass nicht Energie in der Form von Schall oder strahlender Wärme in die Entfernung abgegeben wird, ohne dass dies in der Rechnung gehörig berücksichtigt wird.

Die in der Verbindung zurückbleibende Energie zusammen mit der, die fortgegangen ist, muss der ursprünglichen Energie gleich sein.

Andrews, Favre, Silbermann und Andere haben die Menge der Wärme gemessen, welche entsteht, wenn eine gewisse Menge von Sauerstoff oder Chlor sich mit einer äquivalenten Menge einer anderen Substanz verbindet. Aus diesen Messungen lässt sich der Ueberschuss der Energie der betreffenden Substanzen in ihrem freien Anfangszustande über die Energie, die sie nach ihrer Verbindung haben, berechnen.

Artikel XCV. Aufgaben der Wissenschaft.

Obwohl schon eine grosse Anzahl vortrefflicher Arbeiten dieser Art gemacht wurden, so erscheint doch die Ausdehnung des bisher durchforschten Gebietes äusserst gering in Anbetracht der grenzenlosen Mannichfaltigkeit und Complicirtheit der uns in der Natur entgegentretenden Körper.

In der That ist die specielle Aufgabe, welche bei dem jetzigen Zustande der Wissenschaft den Physikern obliegt, die Bestimmung der Menge von Energie, welche zu einem materiellen Systeme hinzutritt oder dasselbe verlässt, wenn es aus seinem Anfangszustande in einen anderen bestimmten Zustand übergeht.

Digitized by Google

Artikel XCVI. Geschichte der Lehre von der Energie.

Der erste, der die Wichtigkeit der Bezeichnung jener Grösse, die wir heute kinetische Energie nennen, mit einem eigenen Namen eingesehen hat, scheint Leibnitz gewesen zu sein, der dem Producte der Masse in das Quadrat der Geschwindigkeit den Namen Vis viva gab. Die Vis viva ist also das Doppelte der kinetischen Energie.

Newton spricht in dem „Scholium der Gesetze der Bewegung“ die Beziehung zwischen dem Maasse, in welchem durch das äussere Agens Arbeit geleistet wird, und dem Maasse, in welchem von einer Maschine oder einem anderen materiellen Systeme Arbeit ausgegeben, aufgespeichert oder transformirt wird, in folgendem Satze aus, den er aufstellte, um die ausgedehnte Anwendbarkeit des dritten Bewegungsgesetzes zu zeigen.

„Wird die Wirkung des äusseren Agens durch das Product seiner Kraft in seine Geschwindigkeit gemessen, und die Rückwirkung des Widerstandes auf dieselbe Weise durch das Product der Geschwindigkeit eines jeden Theiles des Systemes in die aus Reibung, Cohäsion, Gewicht und Beschleunigung hervorgehende Widerstandskraft, so sind Wirkung und Rückwirkung einander immer gleich, wie auch das Wesen oder die Bewegung des Systemes beschaffen sein mag.“ Dass dieser Satz Newton's *implicite* fast die ganze Lehre von der Energie enthält, wurde zuerst von Thomson und Tait bemerkt.

Die Worte Wirkung und Rückwirkung in der Fassung des dritten Bewegungsgesetzes bedeuten Kräfte, das heisst, sie stellen eine und dieselbe dynamische Einwirkung von entgegengesetzten Standpunkten aus gesehen dar.

In der eben citirten Stelle jedoch ist diesen Worten ein neuer, ganz anderer Sinn untergelegt, indem Wirkung und Rückwirkung durch das Product einer Kraft in die Geschwindigkeit ihres Angriffspunktes gemessen

Digitized by Google

werden. Nach dieser Definition ist die Wirkung des äusseren Agens gleichbedeutend mit dem Maasse der von ihm geleisteten Arbeit. Das ist es auch, was man unter der Leistungsfähigkeit einer Dampfmaschine oder eines anderen Motors versteht. Sie wird allgemein ausgedrückt durch die Anzahl idealer Pferde, die nöthig wäre, um die Arbeit in derselben Zeit zu leisten, wie die Maschine, und wird dann die Pferdekraft der Maschine genannt.

Wollen wir den Grad, in welchem von einem Agens Arbeit geleistet wird, mit einem einzigen Worte ausdrücken, so müssen wir ihn als Leistungsfähigkeit des Agens bezeichnen, indem wir die Leistungsfähigkeit als die in der Zeiteinheit geleistete Arbeit definiren.

Der Gebrauch des Ausdruckes Energie in einem präcisen und wissenschaftlichen Sinne, nämlich als Bezeichnung für die Menge der Arbeit, die ein materielles System zu leisten vermag, wurde von Young[1]) eingeführt.

Artikel XCVII. Die verschiedenen Formen der Energie.

Die Energie, die ein Körper vermöge seiner Bewegung hat, heisst kinetische Energie.

Ein System kann aber auch vermöge seiner Configuration Energie haben, wenn die Kräfte des Systemes von der Art sind, dass das System gegen einen äusseren Widerstand Arbeit leistet, während es in eine andere Configuration übergeht. Diese Energie heisst potentielle Energie. Wird z. B. ein Stein bis zu einer gewissen Höhe über der Erdoberfläche gehoben, so hat das aus zwei Körpern, nämlich dem Steine und der Erde, bestehende System potentielle Energie und ist fähig, eine gewisse Menge von Arbeit zu leisten, während der Stein herabfällt. Diese potentielle Energie rührt von dem Umstande her, dass der Stein und die Erde einander

[1]) „Lectures on Natural Philosophy“, Lecture VIII.

Digitized by Google

anziehen, so dass Arbeit ausgegeben werden musste von dem Manne, der den Stein aufhob und ihn von der Erde wegzog; nachdem dann der Stein gehoben ist, ist die Anziehung zwischen dem Steine und der Erde im Stande, beim Herabfallen des Steines Arbeit zu leisten. Diese Art der Energie hängt also von der Arbeit ab, welche die Kräfte des Systemes leisten würden, wenn die Theile des Systemes der Wirkung dieser Kräfte nachgäben. Sie wurde von Helmholtz in seiner berühmten Abhandlung über die Erhaltung der Kraft[1]) „Summe der Spannkräfte" genannt. Thomson nannte sie statische Energie; man hat ihr auch den Namen: Energie der Lage gegeben; Rankine jedoch führte den Ausdruck potentielle Energie ein — ein sehr glücklich gewählter Name, denn er bezeichnet nicht nur jene Art von Energie, die das System nicht wirklich bereits besitzt, sondern bloss zu erlangen in der Lage ist; sondern er deutet auch ihren Zusammenhang mit dem an, was man (aus anderen Gründen) Potentialfunction genannt hat.

Die verschiedenen Formen, in denen sich Energie in materiellen Systemen vorgefunden hat, wurden in die eine oder in die andere der beiden Classen eingereiht. Kinetische Energie, aus der Bewegung herstammend, und potentielle Energie, aus der Configuration herstammend.

So kann ein warmer Körper, indem er Wärme an einen kälteren abgibt, Arbeit leisten, indem er den kälteren Körper veranlasst, sich gegen einen Druck auszudehnen. Ein materielles System, in welchem eine nicht gleichförmige Vertheilung der Temperatur stattfindet, hat also die Fähigkeit, Arbeit zu leisten, das heisst, es hat Energie. Diese Energie hält man jetzt für kinetische Energie, herstammend aus einer Bewegung der kleinsten Theile des warmen Körpers.

Schiesspulver hat Energie, denn wenn es entzündet wird, so ist es fähig, eine Kanonenkugel in Bewegung zu versetzen. Die Energie des Schiesspulvers ist che-

---

[1]) Berlin, 1847.

Digitized by Google

mische Energie und rührt von der Macht der Bestandtheile des Pulvers her, sich bei der Explosion in einer neuen Art anzuordnen und hierbei einen viel grösseren Raum einzunehmen, als das Pulver. Bei dem augenblicklichen Stande der Wissenschaft stellen sich die Chemiker eine chemische Wirkung vor als eine Veränderung in der Anordnung von Partikeln unter der Einwirkung von Kräften, welche eben diese Veränderung herbeizuführen streben. Aus diesem Gesichtspunkte erscheint also die chemische Energie als potentielle Energie.

Die in der Kammer einer Windbüchse zusammengepresste Luft ist fähig, eine Kugel vorwärts zu treiben. Früher glaubte man, die Energie der zusammengedrückten Luft rühre von einer gegenseitigen Abstossung ihrer Theilchen her. Wäre diese Erklärung richtig, so würde diese Energie potentielle Energie sein. In neuerer Zeit tauchte die Lehre auf, dass die Partikeln der Luft sich in einem Zustande von Bewegung befinden, und dass ihr Druck von den Stössen dieser Partikeln gegen die Wände des Gefässes herrühre. Nach dieser Theorie ist die Energie der zusammengedrückten Luft kinetische Energie.

Es gibt also viele verschiedene Formen, in denen ein materielles System Energie besitzen kann, und es kann in manchen Fällen zweifelhaft sein, ob die Energie von der kinetischen oder von der potentiellen Form ist. Das Wesen der Energie aber ist dasselbe, in welcher Form sie sich auch vorfinden mag. Die Menge der Energie lässt sich immer ausdrücken als die eines Körpers von bestimmter Masse, der sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit bewegt.

Digitized by Google

Sechstes Capitel.

Recapitulation.

Artikel XCVIII. Rückblick auf die abstracte Dynamik.

Wir haben bisher jenen Theil der Grundlagen der Wissenschaft von der Bewegung der Materie abgehandelt, der sich in einer für die Zwecke dieses Buches hinreichend elementaren Weise darstellen liess.

Wir müssen nun einen Ueberblick zu gewinnen suchen über die Beziehungen der einzelnen Theile dieser Wissenschaft zu einander, und über die Beziehungen des Ganzen zu anderen Theilen der Physik; und dies wird uns jetzt leichter gelingen, als vor aller Beschäftigung mit dem Gegenstande.

Artikel XCIX. Kinematik.

Wir begannen mit der Kinematik, der Wissenschaft der reinen Bewegung. Die in dieser Abtheilung vorgebrachten Begriffe waren die des Raumes und der Zeit. Das einzige Attribut der Materie, welches sich uns darbietet, ist ihre Continuität im Raume und in der Zeit — die Thatsache nämlich, dass jedes Partikel von Materie sich in jedem Augenblicke an irgend einem Orte, und nur an einem Orte befindet, und dass seine Ortsverände-

Digitized by Google

rung während eines Zeitintervalles sich durch Bewegung in einer ununterbrochenen Bahn vollzieht.

Weder die Kraft, welche die Bewegung des Körpers beeinflusst, noch die Masse des Körpers, von der die zur Hervorbringung der Bewegung nöthige Kraftmenge abhängt, kommen in der reinen Wissenschaft der Bewegung in Betracht.

Artikel C. Kraft.

In der darauf folgenden Abtheilung wird die Kraft betrachtet, und zwar als dasjenige, was die Bewegung einer Masse ändert.

Beschränken wir unsere Aufmerksamkeit auf einen einzigen Körper, so setzt unsere Untersuchung uns in den Stand, durch Beobachtung seiner Bewegung die Richtung und Grösse der resultirenden Kraft, die auf ihn wirkt, zu bestimmen, und diese Untersuchung ist Beispiel und Typus für alle Untersuchungen, die zu dem Zwecke unternommen worden sind, physische Kräfte zu entdecken und zu messen.

Diess ist jedoch als eine blosse Anwendung der Definition von Kraft, und nicht als eine neue physikalische Wahrheit anzusehen.

Bei Gelegenheit der Definition gleicher Kräfte als solcher, welche gleiche Grade von Beschleunigung an gleichen Massen hervorbringen, und der Definition gleicher Massen als solcher, welche durch gleiche Kräfte gleich stark beschleunigt werden, finden wir, dass diese Definitionen von Gleichheit zur Behauptung der physikalischen Wahrheit führen: dass die Vergleichung von Mengen von Materie unter einander vermittelst der Kräfte, die nöthig sind, um an ihnen eine gegebene Beschleunigung hervorzubringen, eine Methode ist, die immer zu übereinstimmenden Resultaten führt, welches auch die absoluten Werthe der Kräfte und der Beschleunigungen sein mögen.

Digitized by Google

Artikel CI. Dynamische Einwirkung.

Der nächste Schritt in der Lehre von der Kraft ist der, durch welchen wir von der Betrachtung einer auf einen Körper wirkenden Kraft zu der Erkenntniss übergehen, dass diess nur die von einem Gesichtspunkte aus gesehene, eine Seite jener gegenseitigen Action zwischen zwei Körpern ist, welche von Newton Wirkung und Rückwirkung genannt wurde, und welche wir jetzt dynamische Einwirkung nennen.

Artikel CII. Relativität dynamischer Kenntnisse.

Unser ganzer Fortschritt bis hierher kann als stufenweise Entwickelung der Lehre von der Relativität aller physikalischen Erscheinungen angesehen werden. Die Lage müssen wir offenbar als etwas Relatives anerkennen; denn wir können die Lage eines Körpers nicht in anderen Ausdrücken beschreiben, als in solchen, welche eine Relation ausdrücken. Der gewöhnliche Sprachgebrauch von Bewegung und Ruhe schliesst zwar die Kenntniss ihrer absoluten Maasse nicht so vollständig aus, aber der Grund hiervon ist der, dass wir im gewöhnlichen Sprachgebrauche die Erde als in Ruhe befindlich annehmen.

Je klarer unsere Begriffe vom Raume und von der Zeit werden, desto deutlicher sehen wir ein, dass alles, auf was sich unsere dynamischen Lehren beziehen, in einem einzigen Systeme zusammenhängt.

Anfangs mögen wir der Meinung gewesen sein, wir als bewusste Wesen müssten als nothwendige Elemente unserer Erkenntniss eine absolute Kenntniss des Ortes, an dem wir uns befinden, und der Richtung, in der wir uns bewegen, haben.

Aber diese Meinung, welche unzweifelhaft die vieler Weisen des Alterthumes war, wich nach und nach aus der Vorstellung der Physiker.

Digitized by Google

Im Raume sind keine Marksteine; ein Theil des Raumes ist genau gleich jedem anderen Theile, so dass wir nicht wissen können, wo wir sind. Wir befinden uns wie auf ungewellter See, ohne Sterne, ohne Compass und Sonde, ohne Wind und Fluth, und können nicht sagen, in welcher Richtung wir uns bewegen. Wir haben kein Log, das wir auswerfen könnten, um danach eine Berechnung anzustellen; wir können zwar den Grad unserer Bewegung im Vergleich mit benachbarten Gegenständen bestimmen, aber wir wissen nicht, wie sich diese Körper im Raume bewegen.

Artikel CIII. Relativität der Kraft.

Wir können nicht einmal sagen, welche Kraft auf uns wirkt; wir können bloss den Unterschied zwischen der Kraft, die auf ein Ding wirkt, und der Kraft, die auf ein anderes Ding wirkt, angeben.

Ein deutliches Beispiel hierfür haben wir in unserer täglichen Erfahrung.

Die Erde bewegt sich um die Sonne in einer Entfernung von 91,520,000 engl. Meilen, oder von $1{,}473 \times 10^{13}$ Centimetern, in einem Jahre einmal herum. Hieraus folgt, dass auf die Erde eine Kraft in der Richtung gegen die Sonne hin ausgeübt wird, welche eine Beschleunigung der Erde gegen die Sonne zu von etwa 0,019 Fuss in der Secunde hervorbringt, oder ungefähr $\frac{1}{1680}$ der Intensität der Schwere an der Erdoberfläche beträgt.

Eine auf einen Körper wirkende Kraft, welche dem sechzehnhundertsten Theil seines Gewichtes gleich ist, liesse sich leicht durch bekannte Methoden messen, besonders wenn die Richtung dieser Kraft zu verschiedenen Stunden des Tages eine verschiedene Neigung gegen die Verticale hätte.

Würde nun die Anziehung der Sonne bloss auf den compacten Theil der Erde ausgeübt, und nicht auch auf die beweglichen Körper, mit denen wir experimentiren, so würde ein an einem Faden aufgehängter Körper, der

Digitized by Google

sich mit der Erde bewegte, den Unterschied zwischen der Wirkung der Sonne auf den Körper, und ihrer Wirkung auf die Erde als Ganzes anzeigen.

Zöge z. B. die Sonne nur die Erde an und nicht auch den aufgehängten Körper, dann würde beim Sonnenaufgange der Aufhängepunkt, welcher starr mit der Erde verbunden ist, gegen die Sonne gezogen werden, während auf den aufgehängten Körper nur die Anziehung der Erde einwirken würde; somit würde der Faden von der Sonne weg und mit dem unteren Ende um den sechzehnhundertsten Theil seiner Länge abgelenkt erscheinen. Bei Sonnenuntergang würde der Faden um einen gleichen Betrag von der untergehenden Sonne weg abgelenkt erscheinen, und da die Sonne an einem anderen Punkte des Horizontes untergeht, als an dem sie aufgegangen ist, so würde der Faden verschiedene Stellungen einnehmen, und der Unterschied in der Richtung des Senklothes bei Sonnenaufgang und bei Sonnenuntergang wäre leicht zu beobachten.

Statt dessen aber wird die Anziehung durch die Schwere auf alle Arten von Materie in gleicher Entfernung von dem anziehenden Körper gleichmässig ausgeübt.

Bei Sonnenaufgang und bei Sonnenuntergang befinden sich der Mittelpunkt der Erde und der aufgehängte Körper in nahezu gleicher Entfernung von der Sonne, und es kann zu diesen Zeiten keine von der Anziehung der Sonne herrührende Ablenkung des Senklothes beobachtet werden. Die Anziehung der Sonne bringt demnach, insofern sie gleichmässig auf alle Körper auf der Erde ausgeübt wird, keine Wirkung auf ihre gegenseitige Bewegung hervor. Nur die Unterschiede in der Intensität und Richtung der auf verschiedene Theile der Erde wirkenden Anziehung können einen Effect haben, und diese Unterschiede sind für mässig weit von einander entfernte Körper so gering, dass nur dann, wenn der Körper, auf den gewirkt wird, sehr gross ist, wie z. B. der Ocean, ihr Effect in Form von Fluthen bemerkbar wird.

Digitized by Google

Artikel CIV. Rotation.

In allem bisher über die Bewegung von Körpern Gesagten haben wir stillschweigend angenommen, dass es beim Vergleichen zweier Configurationen des Systemes miteinander möglich ist, in der Endconfiguration eine Linie parallel mit einer in der Anfangsconfiguration liegenden Linie zu ziehen. Mit anderen Worten: wir nehmen an, dass es gewisse Richtungen im Raume gibt, die als unveränderlich zu betrachten sind, und auf welche andere Richtungen während der Bewegung des Systemes bezogen werden können.

In der Astronomie kann eine von der Erde nach einem Sterne gezogene Linie als in ihrer Richtung unveränderlich angesehen werden; denn die relative Bewegung der Erde und des Sternes ist im Allgemeinen so klein im Vergleich mit der Entfernung zwischen ihnen, dass die Veränderung der Richtung ihrer Verbindungslinie selbst in einem Jahrhundert einen äusserst geringen Betrag hat. Aber es ist evident, dass alle solche Richtungen, auf die man die übrigen beziehen will, durch die Configuration eines materiellen Systemes im Raume gegeben sein müssen, und dass, wenn dieses System als Ganzes verschoben würde, die ursprünglichen Hauptrichtungen nicht wieder aufzufinden wären.

Obwohl es nun unmöglich ist, die absolute Geschwindigkeit eines Körpers im Raume zu bestimmen, ist es doch möglich zu bestimmen, ob die Richtung einer Linie in einem materiellen Systeme constant oder veränderlich ist.

So ist es z. B. möglich, durch blosse Beobachtungen auf der Erde, ohne Beziehung auf die Himmelskörper, zu bestimmen, ob die Erde sich dreht oder nicht.

Für die geometrische Configuration der Erde und der Himmelskörper ist es offenbar alles eins, ob sich die Erde im Himmel, oder ob sich der Himmel um die Erde dreht. Alles, was ohne Zuhilfenahme dynamischer Principien festgestellt werden kann, sind die Ent-

Digitized by Google

fernungen zwischen den das Universum zusammensetzenden Körpern, terrestrischen oder kosmischen, und die Winkel zwischen den sie verbindenden Linien; diese aber werden durch eine Rotation des Systemes als eines Ganzen ähnlich der eines starren Körpers um eine Axe, welche Rotation zu der wirklichen Bewegung der Theile gegen einander hinzutritt, nicht afficirt; so dass vom geometrischen Standpunkte das Copernicanische System, dem zu Folge die Erde rotirt, keinen Vorzug, den der Einfachheit ausgenommen, vor jenem Systeme hat, welches annimmt, dass die Erde sich in Ruhe befindet und dass die scheinbaren Bewegungen der Himmelskörper ihre wirklichen Bewegungen sind.

Selbst wenn wir einen Schritt weiter gehen und die aus der Dynamik genommenen Gründe für die Drehung der Erde um ihre Axe berücksichtigen, so können wir ihre abgeplattete Gestalt und das Gleichgewicht des Oceans sowie aller anderen Körper an ihrer Oberfläche noch immer aus beiden Hypothesen erklären — sowohl aus der Annahme, dass die Erde eine Bewegung um ihre Axe habe, als auch aus der Annahme, dass die Erde nicht rotire, sondern veranlasst werde, ihre abgeplattete Gestalt anzunehmen durch eine Kraft, welche nach allen Richtungen von ihrer Axe weg wirkt, und deren Intensität mit zunehmender Entfernung von der Axe wächst. Eine solche Kraft, welche auf alle Arten von Materie in gleicher Weise wirkte, würde nicht nur die Abplattung der Erde, sondern auch die Gleichgewichtsbedingungen für alle in Beziehung auf die Erde ruhenden Körper erklären.

Erst wenn wir noch weiter gehen und die Phänomene an Körpern betrachten, welche sich in Beziehung zur Erde bewegen, werden wir wirklich gezwungen, zuzugeben, dass die Erde rotirt.

Digitized by Google

Artikel CV. Newton's Bestimmung der absoluten Rotationsgeschwindigkeit.

Newton hat zuerst festgestellt, dass die absolute Drehbewegung der Erde sich durch Versuche über die Rotation eines materiellen Systemes beweisen lassen müsse. Wenn ein mit Wasser angefüllter Eimer an einer Schnur von einem Balken herabhängt und die Schnur so gedrillt wird, dass der Eimer in Rotation um eine verticale Axe erhalten wird, so wird bald das Wasser mit derselben Geschwindigkeit rotiren wie das Gefäss, so dass das ganze aus dem Wasser und dem Gefässe bestehende System sich wie ein fester Körper um seine Axe dreht.

Das Wasser steigt in dem wirbelnden Gefässe an den Wänden in die Höhe. Hieraus geht hervor, dass, um es zu zwingen, dass es sich im Kreise bewege, ein Druck gegen die Axe zu ausgeübt werden muss. Diese Concavität der Oberfläche hängt von der absoluten Drehbewegung des Wassers und nicht von seiner relativen Rotation ab.

Sie hängt z. B. nicht von der relativen Rotation gegen den Eimer ab. Denn zu Beginn des Versuches, wenn wir eben den Eimer in Rotation versetzten, und bevor noch das Wasser die Bewegung angenommen hat, sind das Wasser und das Gefäss in relativer Bewegung, aber die Oberfläche des Wassers ist eben, denn das Wasser rotirt nicht, sondern nur der Eimer.

Wenn das Wasser und der Eimer zusammen rotiren, so haben sie keine relative Bewegung gegen einander, aber die Oberfläche des Wassers ist hohl, denn es dreht sich.

Wenn der Eimer festgehalten wird, so bleibt die Oberfläche, so lange das Wasser noch rotirt, hohl und zeigt hierdurch, dass es sich noch in Bewegung befindet, obwohl der Eimer in Ruhe ist.

Es macht offenbar für dieses Experiment keinen Unterschied, ob die Drehung in der Richtung der Bewegung der Uhrzeiger oder in der entgegengesetzten

Digitized by Google

Richtung stattfindet, wenn nur die Geschwindigkeit der Drehung dieselbe ist.

Jetzt wollen wir annehmen, es werde dieser Versuch am Nordpole angestellt. Der Eimer werde durch ein geeignetes Uhrwerk entweder im gleichen oder im entgegengesetzten Sinne wie die Zeiger der Uhr mit einer vollkommen gleichmässigen Geschwindigkeit rotirt.

Lässt man ihn durch das Uhrwerk einmal in vierundzwanzig Stunden (Sternzeit) herumdrehen und zwar im Sinne der Zeiger einer mit dem Zifferblatte aufwärts gewendeten Uhr, so wird er rotiren in Beziehung auf die Erde, aber nicht rotiren in Beziehung auf die Sterne.

Wird das Uhrwerk aufgehalten, so wird er rotiren in Beziehung auf die Sterne, aber nicht in Beziehung auf die Erde.

Lässt man ihn endlich einmal in vierundzwanzig Stunden (Sternzeit) aber in entgegengesetzter Richtung herumdrehen, so wird er in Beziehung auf die Erde mit derselben Geschwindigkeit rotiren wie im ersten Falle, aber statt in Beziehung auf die Sterne frei von Rotation zu sein, wird er sich jetzt gegen sie mit der Geschwindigkeit von einer Umdrehung in zwölf Stunden drehen.

Ist nun die Erde selbst in Ruhe und drehen sich die Sterne um sie, so wird die Form der Oberfläche des Wassers im Eimer dieselbe sein im ersten und im letzten Falle; rotirt aber die Erde selbst, dann wird das Wasser im letzten Falle rotiren, aber nicht im ersten, und man wird das daran erkennen, dass das Wasser im letzten Fall höher an den Wänden in die Höhe steigt, als im ersten.

Die Oberfläche des Wassers wird in Wirklichkeit in keinem der betrachteten Fälle concav werden, denn der Effect der gegen den Erdmittelpunkt gerichteten Schwerkraft ist: die Oberfläche convex zu machen wie die Oberfläche des Meeres ist, und die Geschwindigkeit der Rotation ist in unserem Experimente nicht hinreichend gross, um die Oberfläche concav zu machen. Sie wird nur ausreichen, um die Oberfläche im letzten Falle etwas

Digitized by Google

weniger convex, im ersten Fall etwas convexer zu machen, als die Meeresoberfläche ist.

Jedoch würde der Unterschied in der Gestalt der Oberfläche des Wassers so ausserordentlich klein sein, dass es bei der Beschaffenheit unserer Mess-Methoden ein hoffnungsloses Unternehmen wäre, die Rotation der Erde auf diese Weise feststellen zu wollen.

Artikel CVI. Das Foucault'sche Pendel.

Die befriedigendste Methode, einen Versuch zu diesem Zwecke anzustellen, ist die von Foucault angegebene.

Eine schwere Kugel wird an einem festen Punkte mittelst eines Drahtes aufgehängt, so dass sie in jeder durch ihren Aufhängepunkt gehenden Verticalebene wie ein Pendel schwingen kann.

Wird das Pendel in Schwingung versetzt, so muss man besondere Vorsicht darauf verwenden, dass am tiefsten Punkte der Schwingung der Draht genau durch die Lage geht, welche er einnimmt, wenn das Pendel ruhig hängt. Geht er auf der einen Seite an dieser Lage vorbei, so wird er beim Rückschwunge auf der anderen Seite daran vorbei gehen, und diese Bewegung des Pendels um die Verticale statt durch die Verticale muss sorgfältig vermieden werden, denn wir wollen alle Rotationsbewegungen in der einen oder in der anderen Richtung eliminiren.

Betrachten wir das Winkel-Moment des Pendels um die durch den Befestigungspunkt gehende Vertical-Linie.

In dem Augenblicke, in welchem das Pendel durch die Verticale hindurchschwingt, ist das Winkel-Moment um die Verticale Null.

Die Schwerkraft wirkt immer parallel dieser Verticalen, so dass sie kein Winkel-Moment um die letztere als Axe hervorbringen kann. Die Spannung des Drahtes wirkt immer gegen den Befestigungspunkt, so dass sie kein Winkelmoment um die Verticale hervorbringen kann.

Es kann sonach das Pendel nie ein Winkel-Moment um die durch den Aufhängepunkt gehende Verticale erlangen.

Digitized by Google

Demnach kann, wenn das Pendel aus der verticalen Lage herausgebracht worden ist, die Verticalebene, welche durch den Mittelpunkt der Kugel und den Aufhängepunkt geht, nicht rotiren; denn wenn diess der Fall wäre, so würde das Pendel ein Winkel-Moment um die Verticale haben.

Nun wollen wir voraussetzen, dieses Experiment werde am Nordpole ausgeführt. Die Schwingungsebene des Pendels wird in ihrer Richtung absolut constant bleiben, so dass, wenn die Erde rotirt, ihre Rotation erkennbar werden wird.

Wir brauchen bloss auf der Erde eine Linie parallel der Schwingungsebene des Pendels zu verzeichnen und nach einiger Zeit die Lage dieser Linie mit der der Schwingungsebene zu vergleichen.

Da ein solches Pendel, gehörig aufgehängt, mehrere Stunden lang schwingt, so ist es leicht, festzustellen, ob die Lage der Schwingungsebene fest ist in Beziehung auf die Erde, wie es sein müsste, wenn die Erde in Ruhe wäre, oder ob sie fest ist gegen die Sterne, wie es sein muss, wenn diese sich nicht um die Erde drehen.

Der Einfachheit wegen haben wir vorausgesetzt, dass der Versuch am Nordpole angestellt wird. Es ist aber nicht nöthig, sich dorthin zu begeben, um die Drehung der Erde zu beweisen. Der einzige Ort, an welchem der Versuch nichts ergibt, ist der Aequator.

An jedem anderen Orte wird das Pendel die Geschwindigkeit der Rotation der Erde in Bezug auf die Vertical-Linie an diesem Orte anzeigen. Wenn die Schwingungsebene des Pendels in irgend einem Momente durch einen nahe am Horizonte befindlichen — aufgehenden oder untergehenden — Stern geht, so wird sie fortfahren, durch diesen Stern zu gehen, so lange er am Horizonte sichtbar ist, das heisst: der horizontale Theil der scheinbaren Bewegung eines am Horizonte stehenden Sternes ist gleich der scheinbaren Rotationsgeschwindigkeit der Schwingungsebene des Pendels.

Die Beobachtung hat gezeigt, dass die Schwingungsebene auf der südlichen Hemisphäre in entgegengesetzter

Digitized by Google

Richtung zu rotiren scheint, und durch Vergleichung der scheinbaren Rotationsgeschwindigkeiten des Pendels an verschiedenen Orten wurde die Zeit, welche die Erde in Wirklichkeit zu einer Umdrehung braucht, abgeleitet — ohne Zuhilfenahme astronomischer Beobachtungen. Der mittlere Werth, der von Galbraith und Houghton in ihrem Handbuche der Astronomie aus diesen Versuchen abgeleitet wurde, beträgt $23^h\ 53'\ 37''$. Der wahre Werth der Umdrehungszeit der Erde ist $23^h\ 56'\ 4''$ mittlere Sonnenzeit.

Artikel CVII. Materie und Energie.

Alles was wir über die Materie wissen, bezieht sich auf die Reihe von Phänomenen, in denen Energie von einem Theile der Materie auf einen anderen übertragen wird, bis in irgend einem Gliede der Reihe unsere eigenen Körper afficirt werden und wir uns einer Empfindung bewusst werden.

Durch den geistigen Process, der an solche Empfindungen anknüpft, gelangen wir dazu, die Bedingungen dieser Empfindungen kennen zu lernen, und sie bis zu Objecten zu verfolgen, welche nicht Theile von uns selbst sind; aber in jedem solchen Falle ist die Thatsache, die wir erfahren, die gegenseitige Wirkung zwischen Körpern. Wir haben uns bestrebt, diese gegenseitige Wirkung in der vorliegenden Abhandlung zu beschreiben. Von verschiedenen Gesichtspunkten aus wird sie Kraft, Action und Reaction, dynamische Einwirkung genannt; das was von ihr unmittelbar in die Erscheinung tritt, ist die Veränderung der Bewegung der Körper, zwischen denen sie stattfindet.

Der Vorgang, durch welchen dynamische Einwirkung Veränderung von Bewegung hervorbringt, wird Arbeit genannt, und die Arbeit kann, wie wir schon gezeigt haben, als Uebertragung von Energie von einem Körper oder einem Systeme auf das andere, angesehen werden.

Demnach haben wir keine andere Kenntniss von der Materie, als von etwas, dem Energie von anderer Materie

Digitized by Google

mitgetheilt werden kann, und welches seinerseits wieder anderer Materie Energie mittheilen kann.

Auf der anderen Seite kennen wir Energie nur als dasjenige, was bei allen Vorgängen in der Natur fortwährend von einem Theile der Materie zu einem anderen übergeht.

Artikel CVIII. Merkmal der Anwesenheit einer materiellen Substanz.

Energie kann nicht anders, als in Verbindung mit Materie existiren. Da nun in dem Raume zwischen der Sonne und der Erde die Licht- und Wärmestrahlen, welche die Sonne verlassen, die Erde aber noch nicht erreicht haben, Energie besitzen, deren Betrag per Cubik-Meile sich messen lässt, so muss diese Energie einer Materie angehören, welche in den interplanetaren Räumen existirt; und da wir ebenfalls nur durch Licht, welches zu uns dringt, von der Existenz der entferntesten Sterne Kenntniss erhalten, so schliessen wir, dass die Substanz, welche das Licht vermittelt, durch das ganze sichtbare All verbreitet ist.

Artikel CIX. Energie ist nicht identificirbar.

Wir können eine bestimmte Portion von Energie nicht identificiren oder durch ihre Verwandlungen verfolgen. Sie hat keine individuelle Existenz, wie wir eine solche den einzelnen Theilen der Materie zuschreiben.

Die Transactionen des materiellen Universums gehen so zu sagen nach einem Creditsysteme vor sich. Jede Transaction besteht in der Uebertragung von so und so viel Credit oder Energie von einem Körper auf einen anderen. Dieser Act der Uebertragung oder Bezahlung heisst Arbeit. Die hierbei übertragene Energie behält keinerlei Merkmal, woran man sie wiedererkennen und

Digitized by Google

identificiren könnte, wenn sie von einer Form in eine andere übergeht.

Artikel CX. Der absolute Werth der Energie eines Körpers ist unbekannt.

Die Energie eines materiellen Systemes kann bloss in relativer Weise bestimmt werden.

Zunächst kann zwar die Energie der Bewegung der Theile des Systemes gegen seinen Massen-Mittelpunkt genau bestimmt werden, aber die Gesammt-Energie des Systemes besteht aus dieser Energie und noch aus der einer der Masse des Systemes gleichen Masse, die sich mit der Geschwindigkeit des Massen-Mittelpunktes bewegt. Nun kann diese letztere Geschwindigkeit — die des Massen-Mittelpunktes — nur in Beziehung auf einen Körper bewerthet werden, der für das System ein äusserer ist, und der Werth, den wir dieser Geschwindigkeit beizulegen haben, wird ein verschiedener sein, je nach dem Körper, den wir als Ursprung wählen.

Demnach enthält der Werth der kinetischen Energie eines materiellen Systemes einen Theil, dessen Betrag nur vermittelst einer willkürlichen Wahl eines Ursprunges bestimmt werden kann. Der einzige Punkt, in dessen Wahl keine Willkür liegen würde, ist der Massen-Mittelpunkt des materiellen Universums; über die Lage und Bewegung dieses Punktes wissen wir aber nichts.

Artikel CXI. Latente Energie.

Aber noch aus einem anderen Grunde ist die Energie eines materiellen Systemes eine unbestimmte Grösse. Wir können das System nicht in einen Zustand überführen, in welchem es gar keine Energie besitzt, und jede Energie, die dem Systeme nie genommen wird, muss von uns unbemerkt bleiben, denn wir können ihrer nur gewahr werden, wenn sie in das System hineinkommt, oder wenn sie aus ihm herauskommt.

Digitized by Google

Wir müssen also die Energie eines materiellen Systemes als eine Grösse ansehen, deren Zunahme oder Abnahme wir bestimmen können, sobald das System aus einem bestimmten Zustande in einen anderen übergeht. Der absolute Werth der Energie im Ursprungszustande des Systemes ist uns unbekannt; seine Kenntniss würde auch weiter keinen Werth für uns haben, da alle Erscheinungen von den Veränderungen der Energie und nicht von ihrer absoluten Grösse abhängen.

Artikel CXII. Eine vollständige Discussion der Energie schliesst die ganze Physik in sich.

Die Discussion der verschiedenen Formen der Energie — Gravitations-, electromagnetische, moleculare, thermische u. s. w. Energie — sammt den Bedingungen ihrer Ueberführung von einer Form in die andere, und der fortwährenden Dissipation der Energie bei der Leistung von Arbeit, macht die gesammte Physik aus, insofern diese in dynamischer Form entwickelt ist, unter den verschiedenen Bezeichnungen als Astronomie, Electricitätslehre, Lehre vom Magnetismus, Optik, Theorie der Aggregatzustände, Thermodynamik und Chemie.

Digitized by Google

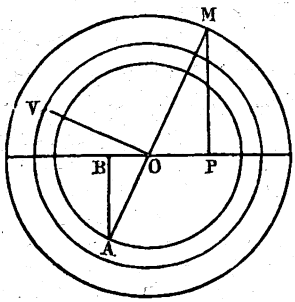
Siebentes Capitel.

Das Pendel und die Gravitation.

Artikel CXIII. Gleichförmige Bewegung im Kreise.

Es sei M (Fig. 11) ein sich in einem Kreise mit der Geschwindigkeit V bewegender Körper.

Fig. 11.



$\overline{OM} = r$ sei der Radius des Kreises.

Die Richtung der Geschwindigkeit von M ist die der Tangente an den Kreis. Nun ziehen wir aus dem Mittelpunkte des Kreises die Linie $\overline{OV}$ parallel dieser Richtung und in ihrer Länge gleich der in der Zeiteinheit mit der Geschwindigkeit V zurückgelegten Strecke, somit ist $\overline{OV} = V$.

Nehmen wir O zum Ursprunge des Diagrammes der Geschwindigkeit, so bedeutet der Punkt V die Geschwindigkeit des Körpers in M.

Digitized by Google

Da sich der Körper im Kreise herumbewegt, so wird der Punkt V auch einen Kreis beschreiben, und die Geschwindigkeit des Punktes V wird sich zu der von M verhalten wie $\overline{OV}$ zu $\overline{OM}$.

Ziehen wir also $\overline{OA}$ in der Verlängerung von $\overline{MO}$ und demnach parallel der Bewegungsrichtung von V, und machen $\overline{OA}$ gleich der dritten Proportionalen zu $\overline{OM}$ und $\overline{OV}$ und betrachten O als Ursprung des Diagrammes des Grades der Beschleunigung, so wird der Punkt A die Geschwindigkeit des Punktes V, oder was dasselbe ist, den Grad der Beschleunigung des Punktes M darstellen.

Wenn sich demnach ein Körper mit gleichförmiger Geschwindigkeit in einem Kreise bewegt, so ist seine Beschleunigung gegen den Mittelpunkt des Kreises gerichtet und ist eine dritte Proportionale zu dem Halbmesser des Kreises und der Geschwindigkeit des Körpers.

Die auf den Körper M wirkende Kraft ist gleich dem Producte aus dieser Beschleunigung in die Masse des Körpers, wenn wir also diese Kraft mit F bezeichnen, so ist

$$F = \frac{MV^2}{r}.$$

Artikel CXIV. Centrifugalkraft.

Diese Kraft F ist es, welche auf den Körper wirken muss, damit er auf dem Kreise vom Halbmesser r bleibe und sich auf ihm mit der Geschwindigkeit V bewege.

Diese Kraft ist gegen den Mittelpunkt des Kreises gerichtet.

Wird diese Kraft mittelst eines am Körper befestigten Fadens angebracht, so wird der Faden sich in einem Zustande von Spannung befinden. Einer Person, welche das andere Ende des Fadens hält, wird diese Spannung gegen den Körper M hin gerichtet erscheinen, so als ob der Körper M ein Bestreben hätte, sich von dem Mittelpunkte des Kreises, den er beschreibt, weg zu bewegen.

Digitized by Google

Daher wird diese Kraft oft Centrifugalkraft genannt.

Die Kraft, welche in Wirklichkeit auf den Körper wirkt, nennt man, da sie gegen den Mittelpunkt des Kreises hin wirkt, Centripetalkraft, und in einigen populären Schriften werden die Centrifugalkraft und die Centripetalkraft als entgegengesetzt und einander das Gleichgewicht haltend beschrieben. Sie sind aber nichts als die verschiedenen Formen, unter denen sich eine und dieselbe dynamische Einwirkung darstellt.

Artikel CXV. Die Periode.

Die Zeit, in welcher die Peripherie des Kreises durchwandert wird, nennt man die Periode. Stellt π das Verhältniss des Umfanges des Kreises zu seinem Durchmesser dar, dessen Grösse 3,14159 . . . ist, so ist die Länge des Umfanges eines Kreises vom Halbmesser r gleich $2\pi r$, und da dieser Weg während der Dauer einer Periode T mit der Geschwindigkeit V beschrieben wird, so haben wir

$$2\pi r = VT.$$

Demnach ist

$$F = 4\pi^2 M \frac{r}{T^2}.$$

Die Geschwindigkeit der Kreisbewegung wird oft durch die Anzahl der Umdrehungen in der Zeiteinheit ausgedrückt. Diese Anzahl sei n, dann ist

$$nT = 1$$

$$\text{und } F = 4\pi^2 M r n^2.$$

Artikel CXVI. Einfache harmonische Schwingungen.

Wenn sich, während der Punkt M mit gleichförmiger Geschwindigkeit einen Kreis beschreibt, ein anderer Punkt P so in einem festen Durchmesser des Kreises

Digitized by Google

bewegt, dass er sich immer im Fusspunkte der Senkrechten aus dem Punkte M auf den Durchmesser befindet, so sagt man, der Punkt P führe einfache harmonische Schwingungen aus.

Den Halbmesser, r, des Kreises nennt man die Amplitude der Schwingung.

Die Periode von M heisst die Periode der Schwingung.

Den Winkel, welchen OM mit der positiven Richtung des festen Durchmessers einschliesst, nennt man die Phase der Schwingung.

Artikel CXVII. Die auf den schwingenden Körper wirkende Kraft.

Der einzige Unterschied zwischen den Bewegungen von M und P ist der, dass M eine verticale Bewegung hat in Verbindung mit einer horizontalen Bewegung, welche letztere die von P ist. Demnach unterscheiden sich die Geschwindigkeiten und die Beschleunigungen der beiden Körper bloss durch den verticalen Theil der Geschwindigkeit und der Beschleunigung von M.

Die Beschleunigung von P ist also die horizontale Componente der Beschleunigung von M, und da die Beschleunigung von M durch OA dargestellt wird, welches in der Verlängerung von MO liegt, so wird die Beschleunigung von P durch OB darzustellen sein, wobei B der Fusspunkt der Senkrechten aus A auf den horizontalen Durchmesser ist. Nun folgt aus der Aehnlichkeit der Dreiecke OMP und OAB

$$OM : OA = OP : OB.$$

Aber $OM = r$ und $OA = -4\pi^2 \frac{r}{T^2}$. Daher

$$OB = -\frac{4\pi^2}{T^2} OP = -4\pi^2 n^2 \, OP.$$

Bei einfachen harmonischen Schwingungen ist also die Beschleunigung immer gegen den Mittelpunkt der

Digitized by Google

Schwingungsbahn gerichtet und ist gleich der Entfernung von diesem Punkte multiplicirt mit $4\pi^2 n^2$, und wenn die Masse des schwingenden Körpers P ist, so ist die Kraft, die auf ihn wirkt, wenn er sich in einer Entfernung x von O befindet, gleich $4\pi^2 n^2 P x$.

Hieraus geht hervor, dass auf einen Körper, der einfache harmonische Schwingungen in einer geraden Linie ausführt, eine Kraft wirkt, welche sich so ändert, wie die Entfernung des schwingenden Körpers von dem Mittelpunkte seiner Bahn; die Grösse dieser Kraft hängt nur von jener Entfernung, von der Masse des Körpers und vom Quadrate der Anzahl von Schwingungen, die er in der Zeiteinheit ausführt, ab, und ist von der Amplitude der Schwingungen unabhängig.

Artikel CXVIII. Isochrone Schwingungen.

Daraus folgt, dass wenn sich ein Körper in einer geraden Linie bewegt, und eine Kraft auf ihn wirkt, die immer gegen einen festen Punkt auf dieser Linie hin gerichtet ist und deren Grösse sich ändert wie seine Entfernung von jenem festen Punkt, dieser Körper einfache harmonische Schwingungen ausführen wird, deren Periode immer ein und dieselbe ist, wie gross auch die Amplitude der Schwingung sein mag.

Wenn für eine bestimmte Art der Dislocation eines Körpers, wie etwa für die Drehung um eine Axe, die Kraft, welche ihn in eine gegebene Lage zurückzuführen strebt, sich so ändert, wie die Dislocation, so wird der Körper einfache harmonische Schwingungen um jene Lage ausführen, deren Periode unabhängig von ihrer Amplitude ist.

Schwingungen von dieser Art, welche immer in derselben Zeit ausgeführt werden, unabhängig von der Amplitude, nennt man isochrone Schwingungen.

Digitized by Google

Artikel CXIX. Potentielle Energie des schwingenden Körpers.

Die Geschwindigkeit des Körpers, wenn er durch den Gleichgewichtspunkt hindurchgeht, ist gleich der des sich im Kreise bewegenden Körpers, oder $V = 2\pi r n$, wobei r die Amplitude der Schwingung und n die Anzahl von Doppelschwingungen in der Secunde bezeichnet.

Demnach ist die kinetische Energie des schwingenden Körpers im Gleichgewichtspunkte

$$\frac{1}{2} M V^2 = 2\pi^2 M r^2 n^2,$$

wenn M die Masse des Körpers ist.

In der grössten Elongation, wenn $x = r$, ist die Geschwindigkeit und daher auch die kinetische Energie des Körpers Null. Der Abnahme der kinetischen Energie muss eine ihr gleiche Zunahme der potentiellen Energie entsprechen. Wenn wir also die potentielle Energie von derjenigen Configuration aus rechnen, in welcher der Körper sich im Gleichgewichtspunkte befindet, so ist seine potentielle Energie, wenn er sich in einer Entfernung r von diesem Punkte befindet, $2\pi^2 M n^2 r^2$.

Dieses ist die potentielle Energie eines isochron schwingenden Körpers, der n Doppelschwingungen in der Secunde ausführt, wenn er sich in einer Entfernung r von seinem Gleichgewichtspunkte in Ruhe befindet. Da die potentielle Energie nicht von der Bewegung, sondern nur von der Lage des Körpers abhängt, so können wir sie gleichsetzen $2\pi^2 M n^2 x^2$, wobei x seine jeweilige Entfernung vom Gleichgewichtspunkte bedeutet.

Artikel CXX. Das einfache Pendel.

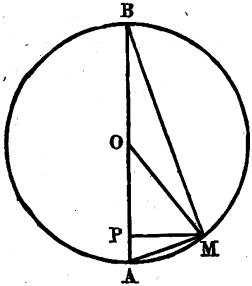
Das einfache Pendel besteht aus einem kleinen, schweren Körper, Pendellinse genannt, der an einem festen Punkte mittelst eines dünnen Fadens von unveränderlicher Länge aufgehängt ist. Die Linse wird als

Digitized by Google

so klein vorausgesetzt, dass ihre Bewegung wie die eines materiellen Partikels behandelt werden kann, und der Faden wird so fein angenommen, dass seine Masse und sein Gewicht vernachlässigt werden können. Die Linse wird so in Bewegung versetzt, dass sie durch einen kleinen Winkel in einer verticalen Ebene schwingt. Ihre Bahn ist also ein Bogen eines Kreises, dessen Mittelpunkt der Aufhängepunkt, und dessen Halbmesser die Länge des Fadens ist, die wir mit l bezeichnen wollen.

Es sei O (Fig. 12) der Aufhängepunkt und OA die Lage des Pendels, wenn es vertical herabhängt. Befindet sich die Linse in M, so ist sie um

Fig. 12.



$$AP = \frac{\overline{AM}^2}{\overline{AB}}$$

höher, als wenn sie sich in A befindet, wobei $\overline{AM}$ die Sehne des Bogens AM und $AB = 2l$ ist.

Ist M die Masse der Pendellinse und g die Intensität der Schwerkraft, so ist Mg das Gewicht der Linse, und die gegen die Schwerkraft während der Bewegung der Linse von A nach M geleistete Arbeit ist $Mg\overline{AP}$. Dies ist also die potentielle Energie des Pendels, wenn sich die Linse in M befindet, die Energie der in A befindlichen Linse gleich Null gesetzt.

Wir können diesen Ausdruck für die Energie auch so schreiben:

$$\frac{Mg}{2l}\overline{AM}^2.$$

Die potentielle Energie der Linse wächst bei der Dislocation durch einen beliebigen Bogen wie das Quadrat der Sehne des Bogens.

Würde sie so wachsen wie das Quadrat des Bogens

Digitized by Google

selbst, durch welchen sich die Linse bewegt, so wären die Schwingungen genau isochronisch. Da aber die potentielle Energie langsamer wächst, als das Quadrat des Bogens, so wird die Periode jeder Schwingung grösser, wenn ihre Amplitude grösser wird.

Für sehr kleine Schwingungen jedoch können wir den Unterschied zwischen dem Bogen und der Sehne vernachlässigen und, indem wir die Länge des Bogens mit x bezeichnen, die potentielle Energie ausdrücken durch die Formel

$$\frac{Mg}{2l} x^2.$$

Wir haben aber schon früher gezeigt, dass die potentielle Energie bei harmonischen Schwingungen gleich ist

$$2\pi^2 M n^2 x^2.$$

Setzen wir diese beiden Ausdrücke einander gleich und befreien von Brüchen, so erhalten wir:

$$g = 4\pi^2 n^2 l,$$

worin g die Intensität der Schwerkraft, π das Verhältniss des Kreisumfanges zum Durchmesser, n die Anzahl von Schwingungen des Pendels in der Zeiteinheit und l die Länge des Pendels ist.

Artikel CXXI. Das starre Pendel.

Wenn wir ein Pendel mit einer so kleinen Linse und einem so dünnen Faden construiren könnten, dass man es für practische Zwecke als ein einfaches Pendel ansehen dürfte, so wäre es leicht, nach dieser Methode g zu bestimmen. Aber alle wirklichen Pendel haben Linsen von beträchtlicher Grösse, und, um die Länge unveränderlich zu erhalten, muss die Linse mit dem Aufhängepunkte durch einen starken Stab verbunden werden, dessen Masse nicht vernachlässigt werden darf. Es ist jedoch immer möglich, die Länge eines einfachen Pendels anzugeben, dessen Schwingungen sich in derselben Weise vollziehen würden, wie die eines irgendwie gestalteten, gegebenen Pendels.

Digitized by Google

Die vollständige Discussion dieses Gegenstandes würde uns zu Rechnungen führen, die jenseits der Grenzen dieser Schrift liegen. Wir können jedoch ohne Rechnung auf folgende Weise zu dem wichtigsten Resultate gelangen.

Die Bewegung eines starren Körpers ist vollkommen bestimmt durch Angabe der Bewegung seines Massen-Mittelpunktes und der Bewegung des Körpers um seinen Massen-Mittelpunkt.

Die Kraft, die nothwendig ist, um eine gegebene Veränderung in der Bewegung des Massen-Mittelpunktes hervorzubringen, hängt nur von der Masse des Körpers ab (Art. LXIII).

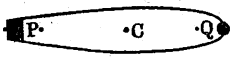
Das Moment, welches nöthig ist, um eine gegebene Veränderung in der Winkelgeschwindigkeit um den Massen-Mittelpunkt hervorzubringen, hängt von der Vertheilung der Masse ab; es ist grösser, je weiter die verschiedenen Theile des Körpers von dem Massen-Mittelpunkte entfernt sind.

Wenn wir also aus zwei starr mit einander verbundenen Partikeln ein System herstellen in der Art, dass die Summe der beiden Massen gleich ist der Masse eines materiellen Pendels, dass ferner ihr Massen-Mittelpunkt mit dem des Pendels zusammenfällt, und dass ihre Abstände von dem Massen-Mittelpunkte solche sind, dass ein Kräftepaar von ein und demselben Momente erforderlich ist sowohl um eine gegebene Drehbewegung um den Massen-Mittelpunkt des neuen Systemes, als auch um dieselbe Drehbewegung um den Massen-Mittelpunkt des Pendels hervorzubringen — dann wird das neue System für Bewegungen in einer bestimmten Ebene dem gegebenen Pendel dynamisch gleichwerthig sein, das heisst, wenn die beiden Systeme auf gleiche Weise bewegt werden, so werden die Kräfte, welche nöthig sind, um diese Bewegungen hervorzubringen, die gleichen sein. Da die Massen der beiden Partikeln jedes beliebige Verhältniss zu einander haben können, wenn nur ihre Summe gleich der Masse des Pendels ist, und da die sie verbindende Linie jede beliebige Richtung haben kann, wenn sie nur durch den Massen-Mittelpunkt des

Digitized by Google

Pendels hindurchgeht, so können wir die Partikeln so anbringen, dass das eine Partikel irgend einem gegebenen Punkte des Pendels entspricht, also etwa dem Aufhängepunkte P (Fig. 13). Die Masse dieses Partikels sowie die Lage und die Masse des anderen in Q, sind dann bestimmt. Die Lage des zweiten Partikels, Q, nennt man den Schwingungs-Mittelpunkt.

Fig. 13.



Wenn nun in dem Systeme von zwei Partikeln das eine von ihnen, P, festgehalten wird, während das andere, Q, unter der Einwirkung der Schwerkraft schwingen kann, so haben wir ein einfaches Pendel. Denn das eine Partikel P, wirkt als der Aufhängepunkt und das andere, Q befindet sich in einer unveränderlichen Entfernung von ihm, so dass die Verbindung zwischen beiden ganz dieselbe ist, wie wenn sie durch einen Faden von der Länge $l = \overline{PQ}$ mit einander verbunden wären.

Demzufolge schwingt ein Pendel von beliebiger Form genau in derselben Weise wie ein einfaches Pendel, dessen Länge dem Abstande zwischen dem Aufhängepunkte und dem Schwingungs-Mittelpunkte gleich ist.

Artikel CXXII. Umkehrung des Pendels.

Nun nehmen wir an, das System von zwei Partikeln werde umgekehrt, indem Q zum Aufhängepunkte gemacht und P schwingen gelassen wird. Jetzt haben wir ein einfaches Pendel von derselben Länge wie das frühere. Seine Schwingungen werden sich desshalb in derselben Zeit vollziehen. Aber es ist dynamisch gleichwerthig dem an seinem Schwingungs-Mittelpunkte aufgehängten Pendel.

Wenn demnach ein Pendel umgekehrt und an seinem Schwingungs-Mittelpunkte aufgehängt wird, so werden seine Schwingungen dieselbe Periode wie früher haben, und der Abstand zwischen dem Aufhängepunkte und dem Schwingungs-Mittelpunkte wird gleich sein der Länge eines einfachen Pendels von derselben Periode.

Auf diese Weise hat Kapitän Kater die Länge des einfachen Pendels, welches Secunden schwingt, bestimmt.

Digitized by Google

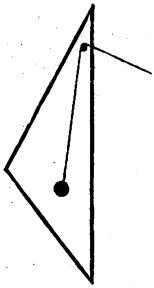
Er construirte ein Pendel, welches auf zwei an demselben befestigten Schneiden schwingen konnte, die auf entgegengesetzten Seiten seines Massen-Mittelpunktes und in ungleicher Entfernung von diesem angebracht waren.

Durch bestimmte Verschiebungen brachte er es dahin, dass die Schwingungszeit dieselbe war, ob man die eine oder ob man die andere Schneide zum Aufhängepunkte machte. Die Länge des entsprechenden einfachen Pendels wurde dann durch Messung des Abstandes der beiden Schneiden von einander bestimmt.

Artikel CXXIII. Beispiel zum Kater'schen Pendel.

Das Princip des Kater'schen Pendels lässt sich durch einen sehr einfachen und schlagenden Versuch illustriren. Man nehme ein Brettchen von beliebiger Gestalt (Fig. 14), stecke durch dasselbe nahe seinem Rande ein Stück Draht und lasse es, indem man den Draht an seinen Enden zwischen Daumen und Zeigefinger fasst, in einer Verticalebene herabhängen. Man befestige ferner eine kleine Kugel an einem Faden und schlinge diesen über den Draht, so dass die Kugel dicht am Brette hängt.

Fig. 14.



Nun bewege man die Hand, in welcher man den Draht hält, horizontal in der Ebene des Brettes und beobachte, ob das Brett sich in Beziehung auf die Kugel vorwärts oder rückwärts bewegt. Dann verändere man so lange die Länge des Fadens, bis die Kugel und das Brett sich zusammen bewegen. Jetzt bemerke man den dem Mittelpunkte der Kugel entsprechenden Punkt auf dem Brette und befestige den Faden am Drahte. Alsdann wird man finden, dass, wenn man den Draht an seinen Enden hält und ihn in der

Digitized by Google

Ebene des Brettes auf irgend eine Weise — so schnell und unregelmässig wie man will — bewegt, die Kugel den bezeichneten Punkt am Brette nie verlässt.

Darum heisst auch der bezeichnete Punkt Schwingungs-Mittelpunkt, weil eben, wenn das Brett um den Draht schwingt, es so schwingt, als ob es aus einem einzigen, an diesem Punkte befindlichen Partikel bestände.

Dieser Punkt heisst auch Mittelpunkt des Stosses, weil, wenn das Brett in Ruhe ist und der Draht plötzlich horizontal bewegt wird, das Brett zuerst um diesen Punkt als Mittelpunkt zu rotiren beginnt.

Artikel CXXIV. Bestimmung der Intensität der Schwerkraft.

Die directeste Methode znr Bestimmung von g ist unzweifelhaft die, dass man einen Körper fallen lässt und die Geschwindigkeit ermittelt, die er in einer Secunde erlangt; aber es ist sehr schwer, genaue Beobachtungen über die Bewegung von Körpern zu machen, wenn ihre Geschwindigkeit einmal so gross ist wie 981 Centimeter in der Secunde, und ausserdem müsste der Versuch in einem luftleeren Gefässe angestellt werden, da der Widerstand der Luft gegen eine so rasche Bewegung schon sehr gross ist im Vergleiche mit dem Gewichte des fallenden Körpers.

Der Versuch mit dem Pendel ist viel befriedigender. Wenn man den Schwingungsbogen sehr klein macht, dann wird die Bewegung der Linse so langsam, dass der Luftwiderstand nur einen sehr geringen Einfluss auf die Schwingungsdauer hat. Bei den genauesten Versuchen schwingt das Pendel in einem luftdichten, ausgepumpten Gefässe.

Ausserdem wiederholt sich die Bewegung, und das Pendel schwingt hunderte, ja selbst tausende von Malen hin und her, bevor die verschiedenen Widerstände, denen es ausgesetzt ist, die Amplitude der Schwingungen so

Digitized by Google

verkleinern, dass diese nicht mehr beobachtet werden können.

Die wirklich auszuführende Beobachtung besteht also nicht in der Ueberwachung des Anfanges und des Endes einer Schwingung, sondern in der Bestimmung der Dauer einer Reihe von vielen hundert Schwingungen — hieraus wird dann die Zeit einer einzelnen Schwingung abgeleitet.

Der Beobachter wird der Mühe überhoben, die ganze Anzahl der Schwingungen durch Zählen zu bestimmen und die Messung wird zu einer der genauesten in der practischen Physik gemacht durch Anwendung der folgenden Methode.

Artikel CXXV. Beobachtungsmethode.

Eine Pendeluhr wird hinter das Versuchspendel gestellt, so dass, wenn beide Pendel vertical herabhängen, die Linse oder ein anderer Theil des Versuchspendels einen weissen Fleck auf dem Uhrpendel gerade zudeckt, wenn man durch ein Fernrohr, das in einiger Entfernung der Uhr gegenüber aufgestellt ist, hindurchsieht.

Von Zeit zu Zeit werden Sterndurchgänge durch den Meridian beobachtet und hieraus wird der Gang der Uhr, in mittlerer Sonnenzeit[1]) ausgedrückt, berechnet.

Dann wird das Versuchspendel in Schwingung versetzt, und die beiden Pendel werden durch das Fernrohr beobachtet. Nehmen wir an, die Dauer einer einzelnen Schwingung des Versuchspendels sei nicht genau die des Uhrpendels, sondern etwas grösser.

Der Beobachter sieht das Uhrpendel immer mehr dem Versuchspendel voraneilen, bis zuletzt das Versuchspendel gerade dann den weissen Fleck auf dem Uhrpendel verdeckt, wenn es durch die Verticale durchschwingt. Die Zeit, zu welcher dieses stattfindet, wird beobachtet

---

[1]) bürgerlicher Zeit. Anm. d. Uebers.

Digitized by Google

und aufgeschrieben als die der ersten positiven Coincidenz.

Das Uhrpendel fährt fort, dem anderen voranzueilen, und nach Verlauf einer gewissen Zeit passiren beide Pendel die Verticale in einunddemselben Momente in entgegengesetzten Richtungen. Dieser Zeitpunkt wird als der der ersten negativen Coincidenz registrirt. Nach einem gleichen Zeitintervalle folgt eine zweite positive Coincidenz, und so fort.

Bei dieser Methode zählt die Uhr selbst die Anzahl N der Schwingungen ihres eigenen Pendels zwischen den Coincidenzen. Während dieser Zeit hat das Versuchspendel eine Schwingung weniger ausgeführt, als das Uhrpendel. Demnach ist die Dauer einer Schwingung des Versuchspendels $\frac{N}{N-1}$ Secunden Uhrzeit.

Findet keine exacte Coincidenz statt, sondern ist das Uhrpendel dem Versuchspendel bei einer Passage durch die Verticale voraus, bei der nächsten aber schon gegen dasselbe zurück, so wird der Beobachter bei einiger Uebung leicht schätzen können, um welche Zeit zwischen den beiden Passagen beide Pendel gleiche Phase gehabt haben müssen.

Die Epoche der Coincidenzen kann so auf Bruchtheile einer Secunde genau geschätzt werden.

Artikel CXXVI. Schätzung des Fehlers.

Das Versuchspendel schwingt mehrere Stunden lang fort, so dass die ganze Zeit der Messung zehntausend oder mehr Schwingungen einschliesst.

Nun kann der in die berechnete Schwingungsdauer durch einen Irrthum beim Notiren selbst um eine ganze Secunde, eingeführte Fehler durch Fortsetzung des Versuches durch eine längere Zeit ungemein klein gemacht werden.

Denn wenn wir die erste und die $n$te Coincidenz beobachten und finden, dass sie um ein Intervall von N Secunden der Uhr von einander abstehen, so ist das

Digitized by Google

Versuchspendel gegen das der Uhr um n Schwingungen zurückgeblieben und hat also $N-n$ Schwingungen in N Secunden gemacht. Die Zeit einer Schwingung ist also $T=\frac{N}{N-n}$ Secunden Uhrzeit.

Nehmen wir aber an, wir notiren durch einen Irrthum um eine Secunde die letzte Coincidenz so, als fände sie $N+1$ Secunden nach der ersten statt.

Der hieraus folgende Werth von T wäre

$$T' = \frac{N+1}{N+1-n}$$

und der durch den Irrthum um eine Secunde eingeführte Fehler wäre:

$$T'-T = \frac{N+1}{N+1-n} - \frac{N}{N-n} = \frac{n}{(N+1-n)(N-n)}$$

Ist N gleich 10000 und n gleich 100, so ändert ein Irrthum von einer Secunde beim Notiren der Zeit der Coincidenz den Werth von T nur um ungefähr den millionten Theil seines Betrages.

Digitized by Google

Achtes Capitel.

Die allgemeine Schwere.

Artikel CXXVII. Newton's Methode.

Das instructivste Beispiel für die dynamische Schlussweise ist die Anwendung, welche Newton von ihr zur Bestimmung des Gesetzes der Kraft machte, mit welcher die Himmelskörper auf einander wirken.

Die dynamische Schlussweise besteht darin, dass man aus den auf einander folgenden Configurationen der Himmelskörper, wie sie von den Astronomen beobachtet sind, die Geschwindigkeiten der Himmelskörper und ihre Beschleunigungen ableitet und auf diesem Wege die Richtung und die relative Grösse der Kraft, welche auf sie wirkt, bestimmt.

Kepler hatte diesen Weg für Newton's Forschung schon vorbereitet, indem er durch sorgfältiges Studium aus den Beobachtungen des Tycho Brahe die drei Gesetze der Planetenbewegung ableitete, welche seinen Namen tragen.

Artikel CXXVIII. Die Kepler'schen Gesetze.

Kepler's Gesetze sind rein kinematisch. Sie beschreiben die Bewegung der Planeten vollständig, aber sie sagen nichts über die Kräfte, durch welche diese Bewegungen hervorgebracht werden.

Digitized by Google

Ihre dynamische Deutung wurde von Newton entdeckt.

Die beiden ersten Gesetze beziehen sich auf die Bewegung eines einzelnen Planeten.

Erstes Gesetz. Die Flächen, welche von einem von der Sonne zu einem Planeten gezogenen Vector bestrichen werden, sind den Zeiten, während welcher sie erzeugt wurden, proportional. Bezeichnet h das Doppelte von der in der Zeiteinheit bestrichenen Fläche, so ist die doppelte in der Zeit t bestrichene Fläche ht, und ist P die Masse des Planeten, dann ist Pht nach der Definition des Artikels LXVIII die Massen-Area. Daraus folgt, dass das Winkel-Moment eines Planeten um die Sonne, welches das Maass der Veränderung der Massen-Area ist, gleich ist Ph, einer constanten Grösse.

Es kann demnach, Artikel LXX zufolge, die Kraft, welche auf den Planeten wirkt, wenn überhaupt eine solche vorhanden ist, kein Moment in Bezug auf die Sonne haben, denn wenn sie ein solches hätte, so würde sie das Winkel-Moment vergrössern oder verkleinern mit einer Rapidität, welche durch den Werth jenes Momentes gemessen würde.

Wie immer also die Kraft, welche auf den Planeten wirkt, sonst beschaffen sein mag, die Richtung dieser Kraft muss immer durch die Sonne gehen.

Artikel CXXIX. Winkel-Geschwindigkeit.

Definition. Die Winkel-Geschwindigkeit eines Vectors ist die Geschwindigkeit, mit welcher der Winkel wächst, den er mit einem festen Vector in der Ebene seiner Bewegung einschliesst,

Ist ω die Winkel-Geschwindigkeit eines Vectors und r seine Länge, dann ist die Geschwindigkeit, mit welcher die Grösse der bestrichenen Fläche zunimmt, $\frac{1}{2}\omega r^2$. Folglich

$$h = \omega r^2$$

und da h constant ist, so ändert sich ω, die Winkel-Geschwindigkeit der Bewegung eines Planeten um die

Digitized by Google

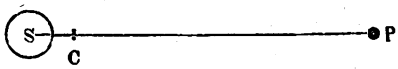
Sonne umgekehrt wie das Quadrat seiner Entfernung von der Sonne.

Diess ist richtig, welches immer das Gesetz der Kraft sein möge, vorausgesetzt, dass die auf den Planeten wirkende Kraft immer durch die Sonne geht.

Artikel CXXX. Bewegung um den Massen-Mittelpunkt.

Da die dynamische Einwirkung zwischen dem Planeten und der Sonne sich auf beide Körper erstreckt, so kann keiner von beiden in Ruhe bleiben.

Fig. 15.



Der einzige Punkt, dessen Bewegung durch die dynamische Einwirkung nicht afficirt wird, ist der Massen-Mittelpunkt der beiden Körper.

Ist r die Entfernung SP (Fig. 15) und C der Massen-Mittelpunkt, dann ist

$$\overline{SC} = \frac{Pr}{S+P} \text{ und } \overline{CP} = \frac{Sr}{S+P}.$$

Das Winkel-Moment von P um C ist

$$P\omega \frac{S^2 r^2}{(S+P)^2} = \frac{PS^2}{(S+P)^2 h}.$$

Artikel CXXXI. Die Bahn.

Wir haben schon beim Studium der Bewegung eines materiellen Systemes von Diagrammen der Configuration und der Geschwindigkeit Gebrauch gemacht. Diese Diagramme stellen jedoch nur den Zustand des Systemes in einem gegebenen Augenblicke dar, und dieser Zustand wird durch Punkte angezeigt, welche den Körpern, die das System bilden, entsprechen.

Digitized by Google

Oft jedoch ist es zweckmässig, die ganze Reihe von Configurationen oder Geschwindigkeiten, die das System durchmacht, in einem einzigen Diagramme darzustellen.

Nehmen wir an, die Punkte des Diagrammes bewegen sich, so dass sie fortwährend den Zustand des sich bewegenden Systemes anzeigen; dann wird jeder Punkt des Diagrammes eine — gerade oder gekrümmte — Linie beschreiben.

Im Diagramme der Configuration heisst diese Linie die Bahn des Körpers.

Artikel CXXXII. Der Hodograph.

Im Diagramme der Geschwindigkeit nennt man die von jedem sich bewegenden Punkte beschriebene Linie den Hodographen des Körpers, dem der Punkt entspricht.

Das Studium des Hodographen wurde als Methode zur Untersuchung der Bewegung eines Körpers von Sir W. R. Hamilton eingeführt. Der Hodograph lässt sich definiren als die Bahn, die der Endpunkt eines Vectors beschreibt, welcher fortwährend in Richtung und Grösse die Geschwindigkeit eines sich bewegenden Körpers darstellt.

Bei der Anwendung der Hodographen-Methode auf einen Planeten, dessen Bahn in einer Ebene liegt, werden wir es zweckmässig finden, anzunehmen, der Hodograph sei um seinen Ursprung durch einen rechten Winkel gedreht worden, so dass der Vector des Hodographen immer, statt mit der Geschwindigkeit, die er darstellt, parallel zu sein, auf ihr senkrecht steht.

Artikel CXXXIII. Zweites Kepler'sches Gesetz.

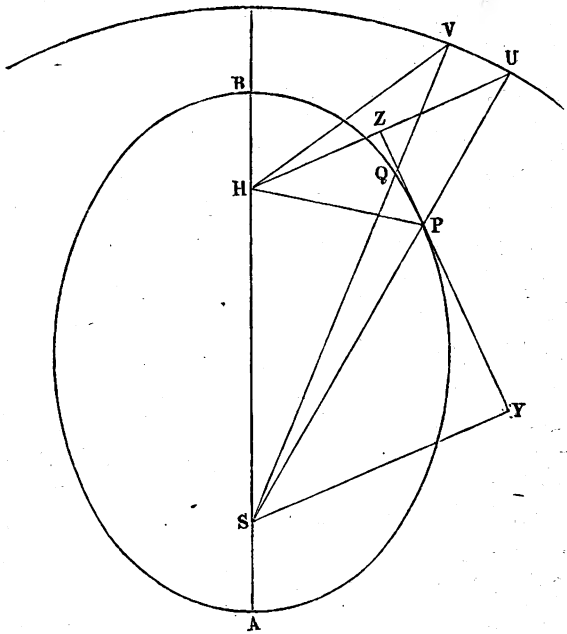
Zweites Gesetz. Die Bahn eines Planeten in Beziehung auf die Sonne ist eine Ellipse, in deren einem Brennpunkte die Sonne sich befindet.

$APQB$ (Fig. 16 a. f. S.) sei die elliptische Bahn. S sei die Sonne in dem einen Brennpunkte, H sei der andere

Digitized by Google

Brennpunkt. Man verlängere SP bis U, so dass SU gleich der grossen Axe AB ist, und verbinde H mit U,

Fig. 16.



dann wird HU proportional und senkrecht zur Geschwindigkeit in P sein.

Denn man halbire HU in Z und ziehe ZP, dieses ist eine Tangente an die Ellipse in P. Auf sie lasse man aus S die Senkrechte SY herab.

Ist v die Geschwindigkeit in P, und h das Doppelte von dem in der Zeiteinheit bestrichenen Flächenraume, so ist $h = v\overline{SY}$.

Digitized by Google

Ferner ist, wenn wir mit b die halbe kleine Axe der Ellipse bezeichnen,

$$\overline{SY} . \overline{HZ} = b^2.$$

Nun ist $\overline{HU} = 2\,HZ$; also

$$v = \tfrac{1}{2}\,\frac{h}{b^2}\,\overline{HU}.$$

HU ist also immer proportional der Geschwindigkeit und senkrecht auf ihre Richtung. Nun ist SU immer gleich AB. Demnach ist der Kreis, dessen Mittelpunkt in S liegt, und dessen Radius AB ist, der Hodograph des Planeten, H ist der Ursprung des Hodographen.

Die einander entsprechenden Punkte der Bahn und des Hodographen liegen immer in einer durch S gehenden geraden Linie.

Dem Punkte P entspricht U, dem Punkte Q, V.

Die dem Körper während seines Ueberganges von P nach Q mitgetheilte Geschwindigkeit wird durch den geometrischen Unterschied der Vectoren HU und HV dargestellt, das ist durch die Linie UV; sie steht senkrecht auf diesem Kreisbogen und ist daher, wie wir schon bewiesen haben, gegen S gerichtet.

Ist PQ der in der Zeiteinheit durchlaufene Bogen, so stellt UV die Beschleunigung dar, und da sich UV auf einem Kreise befindet, dessen Mittelpunkt S ist, wird UV ein Maass für die Winkelgeschwindigkeit des Planeten um S sein. Die Beschleunigung ist also proportional der Winkelgeschwindigkeit, und diese ist nach Artikel CXXIX umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung SP. Demnach hat die Beschleunigung des Planeten die Richtung gegen die Sonne und ist umgekehrt proportional dem Quadrate seines Abstandes von der Sonne.

Dieses ist also das Gesetz, nach welchem die Anziehung der Sonne auf einen Planeten sich ändert, während der Planet sich in seiner Bahn bewegt und seine Entfernung von der Sonne ändert.

Digitized by Google

Artikel CXXXIV. Die auf einen Planeten wirkende Kraft.

Wie wir bereits gezeigt haben, steht die Bahn des Planeten, bezogen auf den Massen-Mittelpunkt der Sonne und des Planeten, in einer solchen Beziehung zu der auf die Sonne bezogenen Bahn des Planeten, dass die Entfernungen des Planeten in der ersten Bahn zu denen in der zweiten sich verhalten wie S zu $S + P$. Sind nun $2a$ und $2b$ die beiden Axen der auf die Sonne bezogenen Bahn des Planeten, so ist ihre Fläche $\pi a b$, und ist T die Zeit, die der Planet braucht, um seine Bahn einmal zu durchlaufen, dann ist der Werth von h

$$2\pi \frac{ab}{T}.$$

Die Geschwindigkeit in Beziehung auf die Sonne ist daher:

$$\pi \frac{a}{Tb} \overline{HU}.$$

Die Geschwindigkeit in Beziehung auf den Massen Mittelpunkt ist:

$$\frac{S}{S+P} \frac{\pi a}{Tb} \overline{HU}.$$

Die Beschleunigung des Planeten gegen den Massen-Mittelpunkt ist:

$$\frac{S}{S+P} \frac{\pi a}{Tb} UV$$

und der Impuls auf den Planeten, dessen Masse wir gleich P setzen, ist:

$$\frac{S.P}{S+P} \frac{\pi a}{Tb} UV.$$

Ist t die Zeit, während welcher PQ durchlaufen wird, so ist das Doppelte der Fläche SPQ:

$$ht = \omega r^2 t$$

$$\text{und } UV = 2a\omega t = 2a\frac{h}{r^2}t = 4\pi\frac{a^2 b}{Tr^2}t.$$

Digitized by Google

Demnach ist die auf den Planeten wirkende Kraft:

$$F = 4\pi^2 \frac{S.P}{S+P} \frac{a^3}{T^2 r^2}.$$

Dieses ist also der Werth der dynamischen Einwirkung oder der Anziehung zwischen einem Planeten und der Sonne, ausgedrückt durch ihre Massen, P und S, ihre mittlere Entfernung a, ihre wirkliche Entfernung r und die Umlaufszeit T.

Artikel CXXXV. Interpretation von Kepler's drittem Gesetze.

Um die Anziehung zwischen der Sonne und verschiedenen Planeten zu vergleichen, machte Newton Anwendung vom dritten Kepler'schen Gesetze.

Drittes Gesetz. Die Quadrate der Umlaufszeiten verschiedener Planeten sind den dritten Potenzen ihrer mittleren Entfernungen proportional.

Mit anderen Worten: $\frac{a^3}{T^2}$ ist eine Constante, nennen wir sie $\frac{C}{4\pi^2}$.

Danach ist

$$F = C \frac{S.P}{S+P} \frac{1}{r^2}.$$

Bei den kleineren Planeten ist die Masse so gering gegen die der Sonne, dass man $\frac{S}{S+P}$ gleich 1 setzen kann, so dass

$$F = CP \frac{1}{r^2}$$

das heisst: die Anziehung auf einen Planeten ist proportional seiner Masse und umgekehrt proportional dem Quadrate seiner Entfernung.

Artikel CXXXVI. Gesetz der Schwere.

Die wichtigste Thatsache bezüglich der Anziehung durch die Schwere ist die, dass sie gleichmässig auf

Digitized by Google

gleiche Massen von Substanzen aller Art wirkt. Für die verschiedenen Arten von Materie, die auf der Erdoberfläche vorkommen, ist dieses durch Pendelversuche bewiesen. Newton dehnte das Gesetz der Schwere auf die Materie aus, aus der die verschiedenen Planeten bestehen.

Bevor Newton es bewies, glaubte man schon, dass die Sonne als Ganzes einen Planeten als Ganzes anziehe, und auch das Gesetz der umgekehrten quadratischen Proportionalität war vorausgeahnt worden, aber in Newton's Händen nahm die Theorie der Schwere ihre endgiltige Form an.

Jeder Theil der Materie zieht jeden anderen Theil der Materie an, und die dynamische Einwirkung zwischen ihnen ist proportional dem Producte ihrer Massen dividirt durch das Quadrat ihres Abstandes.

Denn wenn die Anziehung zwischen einem Gramm Substanz in der Sonne, und einem Gramm Substanz in einem Planeten in einem Abstande r gleich ist $\frac{C}{r^2}$, wo C eine Constante ist, und es sind S Gramme in der Sonne und P Gramme im Planeten vorhanden, so ist die ganze Anziehung zwischen der Sonne und einem Gramm im Planeten $\frac{CS}{r^2}$, und die ganze Anziehung zwischen der Sonne und dem Planeten ist $C\frac{SP}{r^2}$.

Durch Vergleichung dieses Ausdruckes für das Newton'sche „Gesetz der allgemeinen Schwere" mit dem früher gefundenen Werthe für F, erhalten wir

$$C\frac{S.P}{r^2} = 4\pi^2 \frac{S.P}{S+P} \frac{a^3}{T^2 r^2}$$

$$\text{oder } 4\pi^2 a^3 = C(S+P)T^2.$$

Artikel CXXXVII. Verbesserte Form des dritten Kepler'schen Gesetzes.

Demnach muss das dritte Kepler'sche Gesetz corrigirt werden und lauten:

Digitized by Google

Die dritten Potenzen der mittleren Abstände verhalten sich wie die mit der Summe der Massen der Sonne und des Planeten multiplicirten Quadrate der Umlaufszeiten.

Für die grossen Planeten Jupiter, Saturn u. s. w. ist der Werth von $S + P$ erheblich grösser, als für die Erde und die kleineren Planeten. Demnach müssten die Umlaufszeiten der grösseren Planeten etwas kürzer sein, als sie nach dem dritten Kepler'schen Gesetze wären, und es hat sich gezeigt, dass dies wirklich der Fall ist.

In der folgenden Tabelle sind die mittleren Abstände (a) der Planeten von der Sonne durch den mittleren Abstand der Erde, und die Umlaufszeiten (T) in Sternjahren ausgedrückt.

Planet	a	T	a^3	T^2	$a^3 - T^2$
Mercur . .	0,387098	0,24084	0,0580046	0,0580049	— 0,0000003
Venus . . .	0,72333	0,61518	0,378451	0,378453	— 0,000002
Erde . . .	1,0000	1,00000	1,00000	1,00000	
Mars . . .	1,52369	1,88082	3,53746	3,53747	— 0,00001
Jupiter . .	5,20278	11,8618	140,832	140,701	+ 0,131
Saturn . .	9,53879	29,4560	867,914	867,658	+ 0,256
Uranus . .	19,1824	84,0123	7058,44	7058,07	+ 0,37
Neptun . .	30,037	164,616	27100,0	27098,4	+ 1,6

Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, dass das dritte Kepler'sche Gesetz zwar mit sehr grosser Annäherung richtig ist, denn a^3 ist sehr nahe gleich T^2, dass aber für die Planeten, deren Masse kleiner ist, als die der Erde, nämlich Mercur, Venus und Mars, a^3 kleiner ist als T^2, während für Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun, deren Masse grösser ist, als die der Erde, a^3 grösser ist, als T^2.

Artikel CXXXVIII. Von der Schwere herrührende potentielle Energie.

Die potentielle Energie der Schwere zwischen den Körpern S und P lässt sich berechnen, wenn wir die zwischen ihnen stattfindende Anziehung, durch ihren

Digitized by Google

Abstand ausgedrückt, kennen. Jene Rechnungsweise, durch welche wir die Effecte einer sich fortwährend verändernden Grösse summiren, gehört in die Integralrechnung, und obwohl sich in diesem Falle die Rechnung noch mit elementaren Methoden durchführen liesse, wollen wir doch lieber die potentielle Energie direct aus dem ersten und zweiten Kepler'schen Gesetze ableiten.

Diese Gesetze bestimmen die Bewegung der Sonne und des Planeten vollständig, und wir können daher die irgend einem Theile der elliptischen Bahn entsprechende kinetische Energie des Systemes daraus finden. Da nun die Sonne und der Planet ein conservatives System bilden, so ist die Summe der kinetischen und potentiellen Energie constant; und wenn wir die kinetische Energie kennen, so können wir denjenigen Theil der potentiellen Energie ableiten, der von der Entfernung der beiden Körper von einander abhängt.

Artikel CXXXIX. Kinetische Energie des Systemes.

Um die kinetische Energie zu bestimmen, bemerken wir, dass die Geschwindigkeit des Planeten in Beziehung auf die Sonne nach Artikel CXXXIII ist

$$v = \tfrac{1}{2}\frac{h}{b^2}\overline{HU}.$$

Die Geschwindigkeiten der Planeten und der Sonne in Beziehung auf den Massen-Mittelpunkt sind beziehungsweise

$$\frac{S}{S+P}v \text{ und } \frac{P}{S+P}v.$$

Die kinetischen Energien des Planeten und der Sonne sind daher

$$\tfrac{1}{2}P\frac{S^2}{(S+P)^2}v^2 \text{ und } \tfrac{1}{2}S\frac{P^2}{(S+P)^2}v^2$$

und die ganze kinetische Energie ist

$$\tfrac{1}{2}\frac{S.P}{S+P}v^2 = \tfrac{1}{8}\frac{S.P}{S+P}\frac{h^2}{b^4}\overline{HU}^2.$$

Um v^2 durch $\overline{SP}$ oder r auszudrücken, bemerken wir, dass nach dem Flächensatze

Digitized by Google

$$v.\overline{SY} = h = \frac{2\pi ab}{T} \qquad (1)$$

ferner nach einer bekannten Eigenschaft der Ellipse

$$\overline{HZ}.\overline{SY} = b^2 \qquad (2)$$

und wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke HZP und SYP

$$\frac{\overline{SY}}{\overline{HZ}} = \frac{\overline{SP}}{\overline{HP}} = \frac{r}{2a-r}. \qquad (3)$$

Durch Multiplication von (2) und (3) erhalten wir

$$\overline{SY}^2 = \frac{b^2 r}{2a-r}.$$

Setzen wir dies in die quadrirte Gleichung (1), so erhalten wir

$$v^2 = \frac{4\pi^2 a^2 b^2}{T^2}\frac{1}{\overline{SY}^2} = \frac{4\pi^2 a^2}{T^2}\left(\frac{2a}{r}-1\right)$$

und die kinetische Energie des Systemes ist

$$\frac{4\pi^2 a^3}{T^2}\frac{S.P}{S+P}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{2a}\right)$$

und hieraus wird nach der Gleichung am Ende vom Artikel CXXXVI:

$$C.S.P\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{2a}\right)$$

worin C die Gravitationsconstante ist.

Dieses ist also der Werth der kinetischen Energie zweier Körper S und P, wenn sie sich in einer Ellipse bewegen, deren grosse Axe $2a$ ist.

Artikel CXL. Potentielle Energie des Systemes.

Die Summe der kinetischen und potentiellen Energie ist constant, ihr absoluter Werth ist aber nach Artikel CX unbekannt, eine Kenntniss derselben auch nicht nothwendig.

Wenn wir also annehmen, dass die potentielle Energie eine Grösse ist, von der Form

$$K - C.S.P.\frac{1}{r}$$

Digitized by Google

dann ist das zweite Glied des Ausdruckes, als das einzige, welches von der Entfernung, r, abhängt, auch das einzige, mit dem wir uns zu beschäftigen haben. Das andere Glied, K, stellt die Arbeit dar, welche von der Schwere geleistet wird, wenn die zu Beginn in unendlichem Abstande befindlichen Körper sich so nahe, als ihre Dimensionen es gestatten, an einander hinbegeben.

Artikel CXLI. Der Mond ist ein schwerer Körper.

Nachdem Newton so das Gesetz der Kraft zwischen den einzelnen Planeten und der Sonne bestimmt hatte, ging er daran zu zeigen, dass das beobachtete Gewicht von Körpern an der Erdoberfläche, und die Kraft, welche den Mond in seiner Bahn um die Erde erhält, sich zu einander nach demselben Gesetze der umgekehrten Quadrate der Entfernung verhalten.

Die Schwerkraft wirkt in jeder uns zugänglichen Region, auf den Gipfeln der höchsten Berge und an den höchsten von Luftballons erreichten Punkten. Ihre Intensität nimmt nach messenden Pendel-Versuchen mit zunehmender Erhebung von der Erdoberfläche ab, und wenn auch die Höhe, zu der wir uns erheben können, so gering ist im Vergleiche mit dem Erdhalbmesser, dass aus Beobachtungen dieser Art nicht bewiesen werden kann, dass die Schwere dem Quadrate des Abstandes vom Erdmittelpunkte umgekehrt proportional wirkt, so ist doch die beobachtete Abnahme in Uebereinstimmung mit dem Gesetze, welches Newton aus der Planetenbewegung abgeleitet hatte.

Unter der Annahme, dass die Intensität der Erdschwere umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung vom Erdmittelpunkte sich verändert, berechnete Newton aus ihrem bekannten Werthe an der Erdoberfläche ihren Werth in der mittleren Entfernung des Mondes.

Seine ersten Berechnungen waren mit einem Fehler behaftet, indem er eine falsche Bestimmung der Dimensionen der Erde zu Grunde legte. Als er aber einen richtigeren Werth für diese Grösse verwenden konnte,

Digitized by Google

fand er, dass die Intensität der Erdschwere, berechnet für eine Entfernung gleich der des Mondes von der Erde, gerade so gross war wie die Kraft, die nöthig ist, um den Mond in seiner Bahn zu erhalten.

Hierdurch identificirte er die Kraft, welche zwischen Erde und Mond wirkt, mit der Kraft, welche Körper, nahe der Erdoberfläche, veranlasst, gegen die Erde zu zu fallen.

Artikel CXLII. Cavendish's Versuch.

Nachdem bewiesen war, dass die Kraft, durch welche die Himmelskörper einander anziehen, von derselben Art ist, wie diejenige, durch welche Körper, mit denen wir hantieren können, von der Erde angezogen werden, blieb noch die Aufgabe, zu zeigen, dass Körper wie die, mit denen wir hantieren, einander anziehen.

Die Schwierigkeit dieser Aufgabe liegt darin, dass die Masse von Körpern, mit denen wir hantieren können, im Vergleiche mit der Masse der Erde so gering ist, dass, selbst wenn wir zwei solche Körper einander so nahe wie möglich bringen, die Anziehung zwischen ihnen nur ein ausserordentlich kleiner Bruchtheil ihres Gewichtes ist.

Die Anziehung von Seiten der Erde können wir zwar nicht verschwinden machen, aber wir müssen den Versuch auf solche Weise anstellen, dass sie sich so wenig wie möglich in den Effect der Anziehung von Seiten des anderen Körpers einmischt.

Der zu diesem Zwecke von Rev. John Michell angegebene Apparat ist derselbe, welcher seitdem den Namen der Drehwage erhalten hat. Michell starb, bevor er den Versuch ausführen konnte, aber sein Apparat kam später in die Hände von Henry Cavendish, der ihn vielfach verbesserte und damit die Anziehung zwischen grossen Bleikugeln und kleinen, am Wagebalken aufgehängten Kugeln maass. Ein ähnliches Instrument wurde später, unabhängig von den früheren, von Coulomb zur Messung kleiner, electrischer und

Digitized by Google

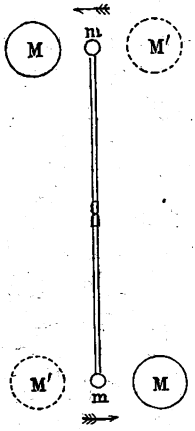
magnetischer Kräfte erfunden, und dieses ist noch immer das beste Instrument, dessen sich die Wissenschaft zum Messen geringer Kräfte von allen Arten bedient.

Artikel CXLIII. Die Drehwage.

Die Drehwage besteht aus einem horizontalen Stabe, der mittelst eines Drahtes an einem festen Träger aufgehängt ist. Wird der Stab (Wagebalken) durch eine äussere Kraft in einer Horizontalebene gedreht, so drillt er den Draht, und da der letztere elastisch ist, so widerstrebt er dieser Veränderung seiner Gestalt, und sucht sich aufzudrillen. Diese Torsionskraft ist proportional dem Winkel, um welchen der Draht torquirt wurde, so dass wir, wenn wir eine Kraft in horizontaler Richtung rechtwinkelig auf den Stab an seinem Ende wirken lassen, durch Beobachtung des Winkels, um welchen die Kraft den Stab zu drehen vermag, die Grösse der Kraft bestimmen können.

Die Kraft ist proportional dem Torsionswinkel und der vierten Potenz des Durchmessers des Drahtes und umgekehrt proportional der Länge des Stabes und der Länge des Drahtes.

Fig. 17.



Wenn wir also einen langen, dünnen Draht und einen langen Stab verwenden, so können wir sehr geringe Kräfte messen.

Beim Versuche von Cavendish sind zwei Kugeln (Fig. 17) von gleicher Masse, *m*, an den Enden des Stabes der Drehwage befestigt. Wir wollen für diese Betrachtung die Masse des Stabes gegenüber der der Kugeln vernachlässigen. Zwei an Masse einander gleiche, grössere Kugeln, *M*, können entweder nach *M* und *M*, oder nach *M'* und *M'* gebracht werden. In ersterer Lage streben sie durch

Digitized by Google

ihre Anziehung auf die kleineren Kugeln m und m den Wagebalken in der Richtung der Pfeile zu drehen. In der zweiten Lage streben sie, ihn in entgegengesetzter Richtung zu drehen. Die Drehwage ist sammt den an ihr befestigten Kugeln in einen Kasten eingeschlossen, um sie vor Störungen durch Luftströme zu schützen. Die Lage des Wagebalkens wird bestimmt durch Beobachtung des Bildes einer Scala in einem in der Mitte des Stabes befestigten verticalen Spiegel. Die Wage wird in einem eigenen Raume aufgestellt, und der Beobachter betritt diesen Raum gar nicht, sondern betrachtet das Bild der Scala durch ein Fernrohr.

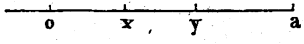
Artikel CXLIV. Methode des Versuches.

Zuerst wird die Zeit, T, einer Doppelschwingung der Drehwage und die Gleichgewichtslage der Mittelpunkte der Kugeln m bestimmt.

Dann werden die grossen Kugeln in die Positionen MM gebracht, so dass ihre Mittelpunkte in der Entfernung a von den Gleichgewichtslagen o (Fig. 18) der Mittelpunkte der aufgehängten Kugeln m sich befinden.

Man versucht gar nicht abzuwarten, bis die Schwingungen des Wagebalkens sich beruhigt haben, sondern beobachtet die Theilstriche der Scala, welche den Endpunkten einer einzelnen Schwingung entsprechen, und findet sie um die Längen x und y von der Gleichgewichtslage entfernt. An diesen Punkten ist der Stab für einen Augenblick in Ruhe, so dass seine ganze Energie potentiell ist, und da die Gesammt-Energie constant ist, so muss die der Lage x entsprechende potentielle Energie gleich sein der der Lage y entsprechenden.

Fig. 18.



Ist nun T die Dauer einer Doppelschwingung um den Gleichgewichtspunkt o, so ist die von der Torsion her-

Digitized by Google

rührende potentielle Energie, wenn der Theilstrich x einspielt, nach Artikel CXIX:

$$\frac{2\pi^2 m}{T^2} x^2$$

und die aus der Gravitation zwischen m und M herrührende potentielle Energie ist nach Artikel CXL:

$$K - C \frac{m M}{a - x}.$$

Die potentielle Energie des ganzen Systemes in der Lage x ist daher

$$K - C \frac{m M}{a - x} + \frac{2\pi^2 m}{T^2} x^2,$$

ihr Werth in der Lage y ist

$$K - C \frac{m M}{a - y} + \frac{2\pi^2 m}{T^2} y^2$$

und da die potentielle Energie in diesen beiden Lagen dieselbe ist, so haben wir

$$C m M \left(\frac{1}{a - y} - \frac{1}{a - x}\right) = \frac{2\pi^2 m}{T^2} (y^2 - x^2)$$

und hieraus

$$C = \frac{2\pi^2}{M T^2} (x + y)(a - x)(a - y).$$

Mittelst dieser Gleichung wird die Gravitations-Constante C durch die beobachteten Grössen ausgedrückt, nämlich durch: M die Masse der grossen Kugeln in Grammen, T die Dauer einer Doppelschwingung in Secunden, und die Abstände x y und a in Centimetern.

Nach Baily's Versuchen ist $C = 6{,}5 \times 10^{-8}$. Wählen wir die Masseneinheit so, dass sie in der Entfernung einer Längeneinheit eine Einheit der Beschleunigung erzeugen würde, wobei wir das Centimeter und die Secunde als Einheiten zu Grunde legen, so wäre die Masseneinheit etwa $1{,}537 \times 10^7$ Gramme oder 15,37 Tonnen. Diese Masseneinheit reducirt C, die Gravitationsconstante, auf eine Einheit; sie wird desshalb bei den Rechnungen der physikalischen Astronomie angewendet.

Digitized by Google

Artikel CXLV. Die allgemeine Schwere.

Wir haben nunmehr die Anziehung vermöge der Schwere durch eine grosse Reihe von Naturerscheinungen verfolgt und haben gefunden, dass das für die Veränderung der Kraft mit der Entfernung von der Sonne für einen Planeten geltende Gesetz, auch gilt, wenn wir die Anziehung zwischen verschiedenen Planeten und der Sonne mit einander vergleichen, und ebenso, wenn wir die Anziehung zwischen dem Monde und der Erde mit der zwischen der Erde und schweren Körpern an ihrer Oberfläche stattfindenden Anziehung vergleichen. Ferner haben wir gefunden, dass die Gravitation gleicher Massen in gleichen Abständen dieselbe ist, welches auch die Natur des Stoffes sei, aus welchem die Massen bestehen. Hiervon überzeugen wir uns durch Versuche mit Pendeln aus verschiedenen Substanzen und durch Vergleichung der Anziehung der Sonne auf verschiedene Planeten, deren Zusammensetzung wahrscheinlich eine verschiedene ist. Baily's Versuche an der Drehwage mit Kugeln aus verschiedenen Substanzen bestätigen dieses Gesetz.

Da wir nun in einer so grossen Zahl von Fällen, die räumlich so weit aus einander liegen, finden, dass die Schwerkraft nur von der Masse der Körper und nicht von ihrer chemischen oder physikalischen Beschaffenheit abhängt, so werden wir zu dem Schlusse geleitet, dass dies für alle Substanzen gilt.

So z. B. zweifelt kein Physiker daran, dass zwei Theilchen der atmosphärischen Luft einander anziehen, obwohl nur sehr wenig Aussicht dafür vorhanden ist, dass je Methoden erdacht werden, durch welche diese Anziehung gemessen oder auch nur ersichtlich gemacht werden kann. Aber wir wissen, dass zwischen jedem Lufttheilchen und der Erde Anziehung stattfindet, und der Versuch von Cavendish lehrt, dass der Schwere unterworfene Körper, wenn sie von genügender Masse sind, gegen einander gravitiren; daher schliessen wir,

Digitized by Google

dass zwei Lufttheilchen gegen einander gravitiren. Ob aber das Medium des Lichtes und der Electricität eine gravitirende Substanz ist, erscheint noch höchst ungewiss, obwohl es sicherlich materiell ist und Masse hat.

Artikel CXLVI. Ursache der Schwere.

Newton leitet in seinen „Principien“ aus den beobachteten Bewegungen der Himmelskörper die Thatsache ab, dass diese einander nach einem bestimmten Gesetze anziehen.

Dieses entwickelt er als das Resultat streng dynamischen Denkens und zeigt, dass nicht nur die in die Augen fallenden Vorgänge, sondern auch alle die scheinbaren Unregelmässigkeiten in den Bewegungen jener Körper, die berechenbaren Folgen dieses einzigen Principes sind. In seinen „Principien“ beschränkt er sich auf den Beweis und die Entwickelung dieses grossen Fortschrittes in der Wissenschaft von der gegenseitigen Wirkung der Körper. Er sagt nichts über die Mittel, durch welche die Körper gegen einander gravitiren gemacht werden. Wir wissen, dass sein Geist sich hierbei nicht beruhigt hat — dass er fühlte, die Schwere selbst müsse auch noch erklärt werden, und dass er sogar eine Erklärung versuchte, welche sich auf die Wirkung eines ätherischen, den Raum erfüllenden Mediums stützte. Aber mit jener weisen Mässigung, welche alle seine Untersuchungen auszeichnet, unterschied er wohl zwischen derartigen Speculationen und dem, was er durch Beobachtung und Beweis festgestellt hatte, und schloss aus seinen „Principien“ jede Erwähnung einer Ursache der Schwere aus, indem er seine Gedanken über diesen Gegenstand den „Queries“ vorbehielt, die am Schlusse seiner „Optik“ abgedruckt sind.

Die Versuche, welche seit Newton's Zeit gemacht worden sind, um diese schwierige Frage zu beantworten, sind gering an Zahl und haben zu keinem sichergestellten Resultate geführt.

Digitized by Google

Artikel CXLVII. Anwendung von Newton's Methode der Untersuchung.

Die Methode zur Untersuchung von Kräften, die zwischen Körpern wirken, welche von Newton aufgestellt und auf die Himmelskörper angewendet war, wurde mit Erfolg für den Fall electrisirter oder magnetisirter Körper durch Cavendish, Coulomb und Poisson angewendet.

Die Untersuchung der Art, in welcher die sehr kleinen Partikeln der Körper auf einander wirken, wird durch den Umstand sehr erschwert, dass sowohl die zu betrachtenden Körper als auch ihre Abstände von einander so klein sind, dass wir sie weder wahrnehmen noch messen, also auch nicht ihre Bewegungen beobachten können, wie die der Planeten oder der electrischen und magnetischen Körper.

Artikel CXLVIII. Methoden der Molecular-Physik.

Darum sind die Untersuchungen der Wissenschaft von den Molekeln meistens durch die Methode der Hypothesen fortgeschritten, und durch Vergleichung der Consequenzen der Hypothese mit den beobachteten Thatsachen.

Der Erfolg dieser Methode hängt von der Allgemeinheit der Hypothese, mit der wir beginnen, ab. Wenn unsere Hypothese die allgemeinste ist: dass die zu untersuchenden Phänomene von der Configuration und Bewegung eines materiellen Systemes abhängen, und es gelingt uns, irgend verwerthbare Resultate aus einer solchen Hypothese abzuleiten, dann können wir sie beruhigt auf die uns beschäftigenden Erscheinungen anwenden.

Wenn wir jedoch die Hypothese aufgestellt haben, dass die Configuration, Bewegung oder Wirkung des materiellen Systemes von einer besonderen, bestimmten Art sind, und wenn die Consequenzen dieser Hypothese

Digitized by Google

mit den Erscheinungen stimmen, dann müssen wir, wofern wir nicht nachweisen können, dass keine andere Hypothese den Erscheinungen genügen würde, immer noch die Möglichkeit zugeben, dass unsere Hypothese falsch sei.

Artikel CXLIX. Wichtigkeit der allgemeinen und elementaren Eigenschaften.

Es ist deshalb bei allen physikalischen Untersuchungen von der grössten Wichtigkeit, mit den allgemeinsten Eigenschaften eines materiellen Systemes vertraut zu sein, und aus diesem Grunde habe ich mich in dem vorliegenden Buche lieber mit diesen allgemeinen Eigenschaften beschäftigt und bin nicht auf das an Abwechselung reichere, interessantere Gebiet der besonderen Eigenschaften besonderer Formen der Materie übergegangen.

Digitized by Google

Alphabetisches Register.

	Artikel	Seite
Absoluter Raum	XVIII.	14
Absolute Rotationsgeschwindigkeit	CV.	97
Abstossung	XXXVII.	30
	LVI.	47
Adams	XVII.	13
Addition von Kräften	LIII.	44
Addition von Vectoren	X.	7
Aequivalent der Wärme	XCII.	83
Aeussere Beziehungen und Wirkungen	III.	3
Aeussere Kraft	XXXVIII.	30
Amplitude	CXVI.	108
Andrews	XCIV.	85
Anziehung	XXXVII.	30
	LVI.	47
Anziehung durch die Schwere	CXXXVI.	127
Arbeit	LXXII.	61
Astronomische Masseneinheit	CXLIV.	136
Bahn	CXXXI.	122
Baily	CXLIV.	136
Beschleunigung	XXXII.	26
	XXXV.	29
Bewegung	XXIV.	19
	XLIV.	36
Bewegung im Kreise	CXIII.	105
Bewegungslehre	XXXVI.	30
Beziehungen, innere und äussere	III.	3
Beziehung zwischen Kraft und Masse	L.	43
Borda	XIV.	10
Cartesius	XVI.	11
Cavendish's Versuch	CXLII.	133
Centimeter	XLVII.	40
Centrifugalkraft	CXIV.	106
Clarke	XIV.	10
Coincidenz	CXXV.	118
Configuration	IV.	3
Conservatives System	LXXII.	62
Constant	XXVI.	21
Constante, Gravitations-	CXLIV.	136
Coulomb	CXLII.	133
Davy	XCII.	83
Descartes	XVI.	11
Diagramm	V.	3
Diagramm der Beschleunigungen	XXXIV.	28
Diagramm der Configuration	V.	3
Diagramm der Dislocation	XX.	16
Diagramm der Geschwindigkeiten	XXVIII.	22
Diagramm der Gesammtbeschleunigungen	XXXI.	26
Diagramm des Grades der Beschleunigung	XXXIII.	28
	XXXIV.	28
Dislocation	XX.	16
Drehbewegung der Erde	CV.	97
	CVI.	99
Drehwage	CXLIII.	134
Druck	XXXVII.	30
Dynamik	XXXVI.	30
Dynamische Einwirkung	XXXVII.	30
Dyne	XLVII.	40
Effect	XLVIII.	41
Elasticität	LXXXIII.	74
Electrisirte Körper	CXLVII.	139
Elliptische Bahn	CXXXIII.	123
Energie	LXXII.	61
Energie, Erhaltung der	LXXIII.	62

Digitized by Google

	Artikel	Seite
Energie, Geschichte der Lehre von der	XCVI.	86
Energie, kinetische	LXXVII.	66
Energie, potentielle	LXXVI.	65
Energie, verschiedene Formen der	XCVII.	87
Energie, verwandelbare	LXXXI.	72
Epoche	XX.	16
Erde, Drehung der	CV.	97
	CVI.	99
Erg	LXXV.	65
Erhaltung der Energie	LXXIII.	62
Erhaltung des Momentes	LXIV.	55
Erhaltung des Winkel-Momentes	LXXI.	60
Fallgeschwindigkeit	CXXIV.	116
Favre	XCIV.	85
Fernwirkungen	LVII.	48
Fluxionsmethode	XXVII.	22
Foucault's Pendel	CVI.	99
Fuss-Pfund	LXXV.	64
Fuss-Poundal	LXXV.	65
Friction	XCII.	83
Gesammtbeschleunigung	XLVIII.	41
Geschwindigkeit	XXVI.	21
Gesetze d. Bewegung	XLI.	32
	XLIV.	36
	LIV.	45
Gewicht	XLVII.	40
Gleiche Massen und gleiche Kräfte	XLV.	36
Gleiche Zeiten	XLIII.	35
Gleichförmig	XXIII.	19
Gleichförmige Dislocation	XXIII.	19
Gleichgewicht	XLII.	34
Grad der Beschleunigung	XXX.	27
Gramm	XLVII.	40
Gran	XLVI.	39
Gravitation	CXXVII.	120
	CXXXVI.	127
	CXLV.	137
Gravitationsconstante	CXLIV.	136
Gravitationsmaass	XLVII.	40
Gravitationsgesetz	CXXXVI.	127
Grundsatz der Physik, allgemeiner	XIX.	14
Hamilton	LXXXVI.	78
	CXXXII.	123
Harmonische Schwingungen	CXVI.	107
Helmholtz	XCVII.	88
Hirn	XCII.	83
Hodograph	CXXXII.	123
Huggins	XVII.	13
Hypothese	CXLVIII.	139
Impuls	XLIX.	42
Innere Beziehungen und Wirkungen	III.	3
Intensität der Schwerkraft	XLVII.	40
	CXXIV.	116
Irrthum des Cartesius	XVI.	11
Isochrone Schwingungen	CXVIII.	109
Joule	XCII.	83
Kater's Pendel	CXXII.	114
Kepler's Gesetze	CXXVIII.	120
Kilogramm	XLVI.	39
Kinematik	XXXVI.	29
	XCIX.	90
Kinetik	XXXVI.	29
Kinetische Energie	LXXVII.	66
Kraft	XXXVI.	30
	C.	91
Kraft, äussere	XXXVIII.	30
	XL.	31
Kraft, auf einen Planeten wirkende	CXXXIV.	126

Digitized by Google

	Artikel	Seite
Kraft, Gleichgewicht der	XLII.	34
Kraft, von aussen wirkende	CXXXIV.	126
Krafteinheit	XLVII.	40
Lagrange	LXXXVI.	78
Lage, gegenseitige	VII.	5
Latente Energie	CXI	103
Lebendige Kraft	LXVII.	57
Leibnitz	XCVI.	86
Leistungsfähigkeit	XCVI.	87
Leverrier	XVII.	13
Luft, Schwere der	CXLV.	137
Maass der Arbeit	LXXV.	64
„ der Masse	XLVI.	37
Magnet	LVII.	48
Magnetisirte Körper	CXLVII.	139
Masse	XLVI.	37
Massen-Area	LXVIII.	58
Massen-Mittelpunkt	LX.	50
	LXXIX.	69
Massen-Vector	LIX.	50
Materie und Energie	CVII.	101
Materielles Partikel	VI.	4
Materielle Substanz, Merkmal der	CVIII.	102
Materielles System	II.	2
Meter	XIV.	10
Methode der Energie, Anwendung der	LXXXVI.	77
Michell	CXLII.	133
Miller	XLVI.	39
Molekel-System	LXVI.	56
Molecular-Physik, Methoden der	CXLVIII.	139
Moment	LI.	44
Moment einer Kraft	LXX.	59
Moment, Winkel-	LXIX.	58
Mond	CXLI.	132
Newton	XL.	31
	XLVI.	39
	XCVI.	86
	CV.	97
Newton's Methode	CXXVII.	120
	CXLVI.	138
Oscillations-Mittelpunkt	CXXI.	114
Partikel, materielles	VI.	4
Pendel, einfaches	CXX.	110
Pendel, Foucault's	CVI.	99
Pendel, Kater's Secunden-	CXXII.	114
Pendel, starres	CXXI.	112
Periode	CXVI.	108
Pferdekraft	XCVI.	87
Pfund	XLVI.	39
Phase	CXVI.	108
Physik	I.	1
Planeten, Abstände derselben von der Sonne	CXXXVII.	129
Planeten, Bahn der	CXXXIII.	123
Planetenbewegung, Gesetze der	CXXVII.	120
Poundal	XLVII.	40
Poisson	CXLVII.	139
Potentielle Energie	LXXVI.	65
	LXXXV.	77
Rankine	LV.	46
	XCVII.	88
Rapidität	LXVII.	57
Raum	XV.	10
	XVIII.	14
Reibung	XCII.	83
Relative Dislocation	XXII.	17
Relativität der Kraft	CIII.	93
Relativität dynamischer Kenntnisse	CII.	92
Resultirende Kraft	LIII.	44
Richtung d. Kräfte	LXXXVII.	79
Rotation	CIV.	95
	CV.	97
Rückwirkung	LIV.	45
Ruhe	XXX.	25

Digitized by Google

	Artikel	Seite
Rumford	XCII.	83
Scheerende Krafteinwirkung	XXXVII.	30
Schema	V.	3
Schiefe Kräfte	LXXVIII.	68
Schiesspulver	XCVII.	88
Schwere, allgemeine	CXXVII.	120
	CXLV.	137
Schwere, Gesetz der	CXXXVI.	127
Schwere, Ursache der	CXLVI.	138
Schwerkraft, Intensitätsbestimmung der	CXXIV.	116
Schwerkraft, numerisches Maass der	XLVII.	40
Schwingung	CXVI.	107
Schwingungen, isochrone	CXVIII.	109
Schwingungsdauer	CXX.	111
Schwingungs-Mittelpunkt	CXXI.	114
Silbermann	XCIV.	85
Sonne, Anziehung der	CXXXIII.	123
	CXXXVI.	127
Spannung	XXXVII.	30
	LXXXIII.	75
Spinoza	XVI.	12
Statik	LIII.	45
Stetigkeit	XXV.	20
Subtraction von Vectoren	XI.	7
System, conservatives	LXXII.	62
System, materielles	II.	2
Tait	XCXVI.	86
Theorie der Wärme	XCII.	83
Thomson	XCXVI.	86
	XCVII.	88
Torsion	XXXVII.	30
Tycho Brahe	CXXVII.	120
Uhr	CXXV.	117
Umlaufszeiten der Planeten	CXXXVII.	129
Umkehrung des Pendels	CXXII.	114
Ursprung	XII.	8
Variable	XC.	81
Vector	VIII.	5
Vectoren, Addition und Subtraction von	X.	7
	XI.	7
Vergleichung zweier Systeme	XIV.	9
Verwandelbare Energie	LXXXI.	72
Vis viva	XCVI.	86
Wärme	XCII.	83
Wärme, dynamisches Aequivalent der	XCII.	83
Wärme und Energie	XCIII.	83
	XCIV.	84
Wesen der Physik	I.	1
Winkel-Geschwindigkeit	CXXIX.	121
Winkel-Moment	LXIX.	58
Wirkung in die Ferne	LXXXIV.	76
Wirkungen, innere und äussere	III.	3
Wissenschaft, Aufgaben der	XCV.	85
Yard	XIV.	10
Young	CXVI.	87
Zeit	XVII.	12
Zeitintervalle, gleiche	XLIII.	35

Digitized by Google

621543

Digitized by Google